



MARCIN BILSKI<sup>1)</sup>  
PRZEMYSŁAW GÓRNAŚ<sup>2)</sup>  
ANDRZEJ POŻARYCKI<sup>3)</sup>  
MIECZYŚLAW SŁOWIK<sup>4)</sup>  
PAWEŁ MIECZKOWSKI<sup>5)</sup>

## INITIATION OF INITIAL CONDITIONS IN A MODEL FOR THERMAL ANALYSIS OF ROAD PAVEMENT STRUCTURES

### INICJACJA WARUNKÓW POCZĄTKOWYCH W MODELU DO ANALIZY TERMICZNEJ NAWIERZCHNI DROGOWEJ

**STRESZCZENIE.** W pracy rozpatrzono możliwość inicjacji warunków początkowych w modelu do analizy termicznej nawierzchni drogowej w warunkach niestacjonarnego przepływu ciepła. Procedura wymaga przeprowadzenia obliczeń dla odpowiednio długiego czasu inicjacji do uzyskania początkowego rozkładu temperatury, który jest podstawą dalszych analiz przepływu energii cieplnej. Główną część pracy stanowi prezentacja eksperymentu numerycznego przeprowadzonego dla czterech konfiguracji wartości parametrów modelu przepływu energii cieplnej w ośrodku wielowarstwowym, jakim jest nawierzchnia. Każda konfiguracja parametrów odpowiada innej konstrukcji (dwa modele nawierzchni podatnej i dwa modele z warstwą z pianobetonu). Obliczenia przeprowadzono kolejno dla trzech różnych wartości amplitud sinusoidalnej funkcji zmiany temperatury w czasie, którą zdefiniowano jako warunek brzegowy w modelu nawierzchni. Uzupełnieniem eksperymentu numerycznego były obliczenia przeprowadzone dla jednej wybranej konfiguracji wartości parametrów modelu, w którym warunek brzegowy stanowiły wartości temperatury zarejestrowane czujnikiem wbudowanym w nawierzchnię. Na podstawie analizy uzyskanych wyników potwierdzono, że inicjacja warunków początkowych w równaniu przewodzenia ciepła jest możliwa w oparciu o analizę niestacjonarnego przepływu ciepła przedstawioną metodą.

**SŁOWA KLUCZOWE:** nawierzchnia drogowa, nawierzchnia podatna, rozkład temperatury, pianobeton, przewodzenie ciepła.

**ABSTRACT.** The paper presents an investigation of the possibility for initiation of initial conditions in a road pavement model for thermal analysis incorporating non-stationary heat transfer. The procedure requires performance of computations for a sufficiently long initiation period to obtain the initial temperature distribution that may serve as the basis for further heat transfer analyses. The main part of the article is devoted to presentation of a numerical experiment performed for four configurations of parameters in the heat transfer model in a multilayer system, representing road pavement. Each parameter configuration corresponds to a different pavement structure (two models of flexible pavements and two models of pavements with foam concrete base course). Calculations were performed for three different amplitudes of the sinusoidal function describing the change of temperature in time, which was defined as boundary condition in the pavement model. The numerical experiment was supplemented by calculations performed on a single chosen model parameter configuration, but adopting a boundary condition based on values registered by a sensor installed in real pavement. Analysis of the obtained results confirmed that the presented method of non-stationary heat transfer analysis enables initiation of the initial conditions in the heat equation.

**KEYWORDS:** flexible pavement, foam concrete, heat transfer, road pavement, temperature distribution.

DOI: 10.7409/rabdim.023.014

<sup>1)</sup> Politechnika Poznańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Transportu, Instytut Inżynierii Lądowej, ul. Piotrowo 5, 60-965 Poznań; marcin.bilski@put.poznan.pl

<sup>2)</sup> Politechnika Poznańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Transportu, Instytut Inżynierii Lądowej, ul. Piotrowo 5, 60-965 Poznań; przemyslaw.gornas@put.poznan.pl

<sup>3)</sup> Politechnika Poznańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Transportu, Instytut Inżynierii Lądowej, ul. Piotrowo 5, 60-965 Poznań; andrzej.pozarycki@put.poznan.pl

<sup>4)</sup> Politechnika Poznańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Transportu, Instytut Inżynierii Lądowej, ul. Piotrowo 5, 60-965 Poznań; mieczyslaw.slowik@put.poznan.pl

<sup>5)</sup> Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie; Wydział Budownictwa Inżynierii Środowiska, Katedra Dróg, Mostów i Materiałów Budowlanych, al. Piastów 17, 70-310 Szczecin; pawel.mieczkowski@zut.edu.pl

## 1. WPROWADZENIE

Rezultatem prowadzonych już od wielu lat prac nad rozwojem nawierzchni drogowych są liczne rozwiązania i ulepszenia, nad którymi prowadzone są w dalszym ciągu badania, np. modyfikacja asfaltów polimerami [1], zbrojenie betonu cementowego włóknami syntetycznymi [2], jednowarstwowe nawierzchnie asfaltowe [3], czy nawierzchnie z warstwą podbudowy z pianobetonu [4]. Dalsze poszukiwanie nowych rozwiązań nawierzchni drogowych wymuszone jest przede wszystkim nieustającym wzrostem kosztów energii i surowców, wynikającym z wielu czynników geopolitycznych. Na tej podstawie zwiększenie trwałości nawierzchni można wskazać jako główny cel wciąż trwających prac badawczych w zakresie inżynierii drogowej, choć nie mniej istotne są też inne, np. ograniczenie hałasu [5], doświetlenie miejsc niebezpiecznych [6], czy redukcja efektu miejskiej wyspy ciepła [7]. Pewne jest, że przyszły rozwój nawierzchni drogowych będzie zależał od postępu w mechanice, badaniach laboratoryjnych, badaniach w warunkach in situ, nanotechnologii oraz wielu innych obszarach, również w modelowaniu numerycznym.

Jako jedno z istotnych zagadnień związanych z modelowaniem, w niniejszej pracy poruszono temat inicjacji warunków początkowych w numerycznym modelu nawierzchni drogowej, który można wykorzystać do analizy przepływu energii cieplnej [8-10]. Problem inicjacji warunków początkowych w modelu nawierzchni do analizy termicznej był podejmowany w pracy [11]. Najprostszym przypadkiem definicji warunków początkowych jest przyjęcie jednakowej temperatury dla wszystkich węzłów obliczeniowych modelu, co w założeniu jest zgodne np. z symulacją ogrzewania próbki laboratoryjnej, która przed ogrzaniem została poddana termostatowaniu w stałej temperaturze [12, 13]. Natomiast w przypadku wykorzystania modelu nawierzchni drogowej sytuacja jest dużo bardziej złożona za sprawą zmiennego (zwłaszcza po głębokości) rozkładu temperatury, który zależy od historycznego przepływu energii cieplnej [14, 15]. Celem ograniczenia czasochłonności analizy numerycznej, w praktyce początkowy rozkład temperatury w modelu nawierzchni uzyskuje się poprzez wykonanie obliczeń dla rozwiązania stacjonarnego przepływu ciepła (obliczone wartości temperatury zależą tylko od lokalizacji, a nie czasu), a następnie przechodzi się do rozwiązania niestacjonarnego przepływu ciepła (obliczone wartości temperatury zależą od lokalizacji i czasu) [16].

## 2. CEL I ZAKRES PRACY

Za cel pracy przyjęto weryfikację możliwości inicjacji warunków początkowych w równaniu różniczkowym do analizy termicznej nawierzchni drogowej w warunkach niestacjonarnego przepływu ciepła. Analiza wymaga przeprowadzenia obliczeń

## 1. INTRODUCTION

Decades of research on the development of road pavements have brought about numerous solutions and improvements that are still being researched today, e.g.: polymer modification of bitumen [1], reinforcement of cement concrete with synthetic fibers [2], single-layer asphalt pavements [3] or pavements with foam concrete base courses [4]. The ongoing search for new road pavement solutions is mainly forced by the continuous increase in the costs of energy and resources, resulting from various geopolitical factors. Therefore, an increase in pavement life may be considered the primary aim of current research in road engineering; however, other equally significant goals include noise reduction [5], adequate lighting of dangerous locations [6] or reduction of the urban heat island effect [7]. Undoubtedly, future development of road pavements will depend on the advances in mechanics, laboratory research, in situ investigations, nanotechnology and many other fields, including numerical modeling.

This work is devoted to one of the most significant problems related to modeling – initiation of initial conditions in a numerical pavement model which may be used for heat transfer analyses [8-10]. The problem of initial condition initiation in pavement model for thermal analyses was described in [11]. The simplest possible definition of initial conditions consists in adopting equal temperature across all the nodes of the model; it may adequately reflect cases such as simulation of heating of a laboratory specimen preconditioned at a constant temperature [12, 13]. However, when a pavement structure is modeled, the situation is much more complex due to the variable temperature distribution (particularly along the depth of the pavement), which depends on the history of heat transfer [14, 15]. In practice, in order to reduce the duration of numerical analysis, the initial temperature distribution in a pavement model is obtained by calculating the solution of stationary heat transfer (the calculated temperature values depend only on location, and not on time) and then transitioning to a solution for non-stationary heat transfer (temperatures are location- and time-dependent) [16].

## 2. THE AIM AND SCOPE OF THE WORK

The aim of the work was to verify the possibility for initiation of initial conditions in the differential equation for road pavement thermal analysis incorporating non-stationary heat transfer. The analysis requires the performance of calculations for a sufficiently long period (hereinafter referred to as the initiation time) to obtain the initial temperature distribution that may serve as the basis for further heat transfer

dla odpowiednio długiego czasu (nazywanego w pracy czasem inicjacji) do uzyskania początkowego rozkładu temperatury, który jest podstawą dalszych analiz przepływu energii cieplnej. Zakres pracy obejmuje przedstawienie eksperymentu numerycznego przeprowadzonego dla czterech konfiguracji wartości parametrów opracowanego numerycznego modelu nawierzchni, przy czym każda odpowiada innej konstrukcji. Obliczenia dla każdej konfiguracji przeprowadzono kolejno dla trzech różnych wartości amplitudy sinusoidalnej funkcji zmiany temperatury w czasie, którą zdefiniowano jako warunek brzegowy. Uzupełnieniem eksperymentu numerycznego były obliczenia przeprowadzone dla jednej wybranej konfiguracji wartości parametrów modelu nawierzchni, w której warunek brzegowy stanowiły wartości temperatury zarejestrowane przetwornikiem wbudowanym pod warstwą ścieralną nawierzchni asfaltowej.

### 3. MODEL NAWIERZCHNI

Zasadniczym elementem obliczeń przeprowadzonych w ramach eksperymentu numerycznego był model nawierzchni zbudowany w oparciu o rozwiązanie równania różniczkowego Fouriera. Równanie to stanowi podstawę matematycznego opisu niestacjonarnego przepływu ciepła, a przyjęta do rozważań postać wyrażona jest wzorem (1), którego uzupełnieniem jest równanie (2).

$$\frac{dT(x,t)}{dt} = a \cdot \frac{d^2T(x,t)}{dx^2}, \quad (1)$$

$$a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}, \quad (2)$$

gdzie:

$T(x,t)$  – funkcja rozkładu temperatury w jednowymiarowej przestrzeni i dziedzinie czasu [K],

$x$  – lokalizacja [m],

$t$  – czas [s],

$a$  – współczynnik wyrównywania temperatury [ $m^2/s$ ] (nazywany też współczynnikiem dyfuzyjności; im mniejsza jego wartość, tym szybciej na głębokości nawierzchni następuje wytlumienie zmian temperatury odnotowanej na powierzchni najwyższej usytuowanej warstwy),

$\lambda$  – współczynnik przewodnictwa cieplnego [ $W/(m \cdot K)$ ],

$c_p$  – ciepło właściwe [ $J/(kg \cdot K)$ ],

$\rho$  – gęstość objętościowa [ $kg/m^3$ ].

Do numerycznego rozwiązania równania (1) wykorzystano metodę różnic skończonych [17]. Na Rys. 1 pokazany jest schemat opracowanego jednowymiarowego modelu nawierzchni, w którym zdefiniowano trzy warstwy.

analyses. The scope of the work encompasses a numerical experiment performed for four configurations of parameters in the developed model, each corresponding to a different pavement structure. Calculations of each configuration were performed for three different amplitudes of the sinusoidal function describing the change of temperature in time, which was used as a boundary condition. The numerical experiment was supplemented by calculations performed on one selected parameter configuration, but adopting a boundary condition based on values recorded by a sensor located under the wearing course of real pavement.

### 3. PAVEMENT MODEL

The essential element of the performed numerical experiment was the pavement model based on the solution of the differential Fourier equation. The equation serves as the basis for the mathematical description of non-stationary heat transfer; the form adopted in the analyses is given in equation (1) and supplemented by equation (2).

$$\frac{dT(x,t)}{dt} = a \cdot \frac{d^2T(x,t)}{dx^2}, \quad (1)$$

$$a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}, \quad (2)$$

where:

$T(x,t)$  – temperature distribution in one-dimensional space and time domain [K],

$x$  – location [m],

$t$  – time [s],

$a$  – thermal diffusivity coefficient [ $m^2/s$ ] (the lower the coefficient, the smaller the depth at which the changes in pavement surface temperature decay within the pavement),

$\lambda$  – thermal conductivity [ $W/(m \cdot K)$ ],

$c_p$  – specific heat capacity [ $J/(kg \cdot K)$ ],

$\rho$  – density [ $kg/m^3$ ].

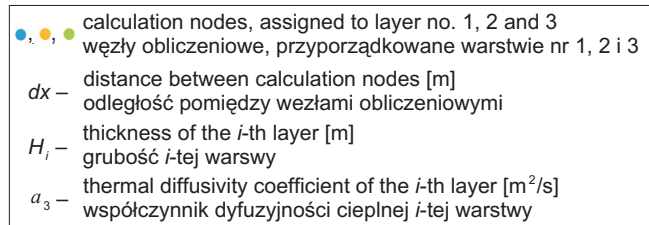
The numerical solution of equation (1) was computed using the finite difference method [17]. Fig. 1 shows a scheme of the adopted one-dimensional pavement model, in which three layers were defined.

The adopted boundary conditions were based on the conditions occurring in a real pavement [16]:

1.  $T(x=0,t)$  – temperature on the upper surface of the binder course in time, equal to the temperature recorded by the thermoelectric sensor (e.g. type K thermocouple) installed under the wearing course.

Warunki brzegowe przyjęto w oparciu o te występujące w rzeczywistości nawierzchni [16]:

1.  $T(x = 0, t)$  – temperatura powierzchni warstwy wiążącej w czasie, równa zarejestrowanej wartości przy wykorzystaniu przetwornika termoelektrycznego (np. termopary typu K) wbudowanego pod warstwą ścierną nawierzchni.
2.  $T(x = 5 \text{ m}, t)$  – temperatura na głębokości 5 m (poniżej powierzchni warstwy wiążącej), której wartość w czasie jest stała (np. w pracy [16] przyjęto  $8,2^\circ\text{C}$ , wartość odpowiadającą średniorocznej temperaturze powietrza dla danego obszaru).



2.  $T(x = 5 \text{ m}, t)$  – temperatura at the depth of 5 m (5 m below the surface of the binder course), whose value is constant in time (e.g. in the work [16] the value of  $8.2^\circ\text{C}$  was adopted, corresponding to the average yearly air temperature in the given area).

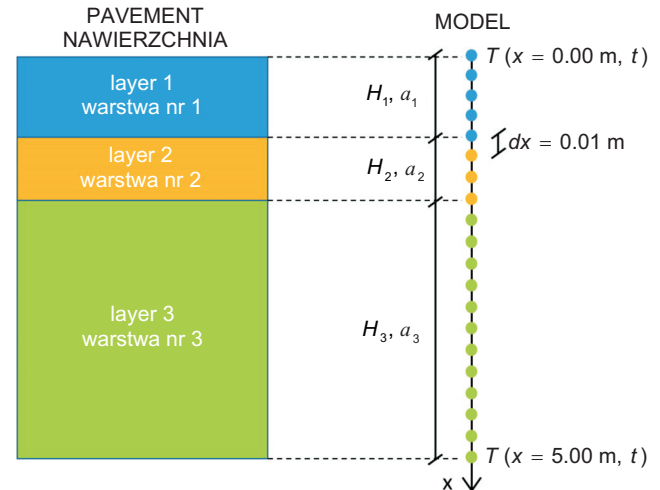


Fig. 1. Schematic diagram of the adopted three-layer pavement model

Rys. 1. Schemat opracowanego modelu nawierzchni na przykładzie konstrukcji trójwarstwowej

#### 4. EKSPERYMENT NUMERYCZNY

Przedmiotem analizy w ramach przeprowadzonego eksperymentu numerycznego był model nawierzchni, którego zdefiniowane parametry odpowiadały czterem przypadkom konstrukcji:

1. Dwie nawierzchnie typu B wg [18], odpowiadające kategorii ruchu KR 1 i KR 7.
2. Dwie nawierzchnie różniące się gęstością warstwy podbudowy wykonanej z pianobetonu, odpowiednio PB 600 ( $\rho = 600 \text{ kg/m}^3$ ) i PB 1000 ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) [19].

Wartości parametrów modelu obliczeniowego zebrano w Tabl. 1.

Wartości parametru  $a$  wyznaczone zostały na podstawie dostępnej literatury w następujący sposób:

- wartości pośrednie w przypadku warstw z mieszanki mineralno-asfaltowej (MMA) przyjęto wg [16]:
  - SMA  $\rightarrow \lambda = 0,71 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}), c_p = 860 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \rho = 2448 \text{ kg/m}^3$ ,
  - AC W i AC P  $\rightarrow \lambda = 0,95 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}), c_p = 860 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \rho = 2571 \text{ kg/m}^3$ ,
- wartości pośrednie dla warstwy z piasku przyjęto wg [16, 20]:
  - $\lambda = 0,58 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}), c_p = 960 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \rho = 1750 \text{ kg/m}^3$ ,

#### 4. THE NUMERICAL EXPERIMENT

The numerical experiment was performed on the pavement model, whose four defined combinations of parameters reflected four different cases of pavements:

1. Two type B pavements according to [18], corresponding to traffic categories KR 1 and KR 7.
2. Two pavement structures with foam concrete base courses, differing in the density of the foam concrete: PB 600 ( $\rho = 600 \text{ kg/m}^3$ ) and PB 1000 ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) [19].

Values of the parameters used in the computational model are given in Table 1.

Values of the  $a$  coefficient were determined based on the available literature, using the following data:

- source values for calculation of  $a$  for the asphalt layers, adopted after [16]:
  - SMA  $\rightarrow \lambda = 0.71 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}), c_p = 860 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \rho = 2448 \text{ kg/m}^3$ ,
  - AC W and AC P  $\rightarrow \lambda = 0.95 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}), c_p = 860 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \rho = 2571 \text{ kg/m}^3$ ,
- source values for calculation of  $a$  for the sand layer, adopted after [16, 20]:
  - $\lambda = 0.58 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K}), c_p = 960 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}), \rho = 1750 \text{ kg/m}^3$ ,

- dla warstw z pianobetonu PB 600 oraz PB 1000 wartości parametru  $a$  obliczone zostały przy wykorzystaniu procedury obliczeń odwrotnych omówionej w pracy [13].

W obliczeniach numerycznych rozkład wartości temperatury w węzłach  $T(x, t = 0)$ , w pierwszej iteracji jest wynikiem interpolacji liniowej na podstawie temperatur brzegowych  $T(x = 0, t = 0) = 0,0^{\circ}\text{C}$  i  $T(x = 5 \text{ m}, t) = 8,2^{\circ}\text{C}$ .

- for the PB 600 and PB 1000 foam concrete layers, the values of  $a$  were backcalculated using the procedure described in [13].

In numerical computations, the distribution of temperature in the nodes  $T(x, t = 0)$  in the first iteration is the result of linear interpolation between the boundary temperature values  $T(x = 0, t = 0) = 0.0^{\circ}\text{C}$  and  $T(x = 5 \text{ m}, t) = 8.2^{\circ}\text{C}$ .

Table 1. Computational model parameters

Tablica 1. Wartości parametrów modelu obliczeniowego

Pavement case Przypadek konstrukcji	Modeled layer (material) Modelowana warstwa (materiał)			Layer thickness [cm] Grubość warstwy			Parameter $a^{***}$ [ $\text{m}^2/\text{s} \cdot 10^{-6}$ ] Wartość parametru $a^{***}$		
	No. 1 <sup>*)</sup> Nr 1 <sup>*)</sup>	No. 2 Nr 2	No. 3 Nr 3	No. 1 <sup>*)</sup> Nr 1 <sup>*)</sup>	No. 2 Nr 2	No. 3 Nr 3	No. 1 <sup>*)</sup> Nr 1 <sup>*)</sup>	No. 2 Nr 2	No. 3 Nr 3
Type B, KR1 Typ B, KR1	SMA	AC W	Sand with 8% (by mass) moisture content Piasek o wilgotności 8% [m/m]	4	10	486 <sup>**)</sup>	0.337	0.430	0.345
Type B, KR7 Typ B, KR7		AC W + AC P		4	32	464 <sup>**)</sup>	0.337	0.430	0.345
PB 600 foam concrete base Podbudowa z PB 600		PB 600 foam concrete Pianobeton PB 600		4	20	476 <sup>**)</sup>	0.337	0.251	0.345
PB 1000 foam concrete base Podbudowa z PB 1000		PB 1000 foam concrete Pianobeton PB 1000		4	20	476 <sup>**)</sup>	0.337	0.251	0.345

<sup>\*)</sup> Layer no. 1 in the model corresponds to the binder course. The wearing course was omitted due to the fact that the boundary condition is determined by the location of the temperature sensor (installed under the wearing course).

Warstwa nr 1 w modelu odpowiada warstwie wiążącej. Warstwę ścierną pominięto ze względu na warunek brzegowy, który jest zdeterminowany przez lokalizację przetwornika temperatury wbudowanego w nawierzchnię pod warstwę ścierną.

<sup>\*\*)</sup> The calculated layer thickness equals the adopted depth at which the temperature is assumed to be constant (5 m) minus thickness of the remaining layers.

Obliczona grubość warstwy równa różnicy między głębokością miejsca, w którym uznaje się, że temperatura jest stała w czasie (5 m) i sumy grubości pozostałych warstw.

<sup>\*\*\*)</sup> Values of the thermal diffusivity coefficient calculated based on the data available in the literature (detailed description given in the text).  
Wartości współczynnika wyrównywania temperatur obliczone na podstawie danych zebranych w literaturze (szczegółowy opis danych w tekście).

Na podstawie rezultatów wstępnie przeprowadzonych obliczeń dla kolejnych czterech przypadków wartości parametrów ustalono  $t_{\min} = 10$  dni. Jest to czas, który zapewnia powtarzalność obliczonych rozkładów temperatury na głębokości modelu w kolejnych okresach sinusoidalnej zmiany w czasie wartości temperatury w węzle brzegowym  $T(x = 0 \text{ m}, t) = \sin(2 \cdot \pi \cdot 1/(3600 \cdot 24) \cdot t) \cdot A$  [ $^{\circ}\text{C}$ ], gdzie: okres funkcji wynosi 24 h oraz  $A$  jest amplitudą temperatury. Obliczenia przeprowadzono dla każdego z czterech przypadków parametrów modelu i kolejno trzech wartości amplitudy  $A$  ( $1^{\circ}\text{C}$ ,  $5^{\circ}\text{C}$  i  $10^{\circ}\text{C}$ ) sinusoidalnej funkcji zmiany w czasie temperatury (Rys. 2), którą zdefiniowano w węzle brzegowym modelu  $T(x = 0, t)$ . Na Rys. 2 przedstawiono wykresy trzech wykorzystanych funkcji.

Based on preliminary calculations for the four analyzed combinations of parameter values, the value of  $t_{\min} = 10$  days was established. The value represents the time that provides repeatability of the calculated temperature distributions along the depth of the model in successive periods of the sinusoidal change of the temperature in the boundary node  $T(x = 0 \text{ m}, t) = \sin(2 \cdot \pi \cdot 1/(3600 \cdot 24) \cdot t) \cdot A$  [ $^{\circ}\text{C}$ ], where: period of the function equals 24 h and  $A$  signifies the amplitude of temperature. Calculations were performed for each of the four cases, using three different values of temperature amplitude  $A$  ( $1^{\circ}\text{C}$ ,  $5^{\circ}\text{C}$  and  $10^{\circ}\text{C}$ ) in the sinusoidal function describing the temperature in time (Fig. 2), defined in the boundary node of the model  $T(x = 0, t)$ . Graphs of the three sinusoidal functions are presented in Fig. 2.

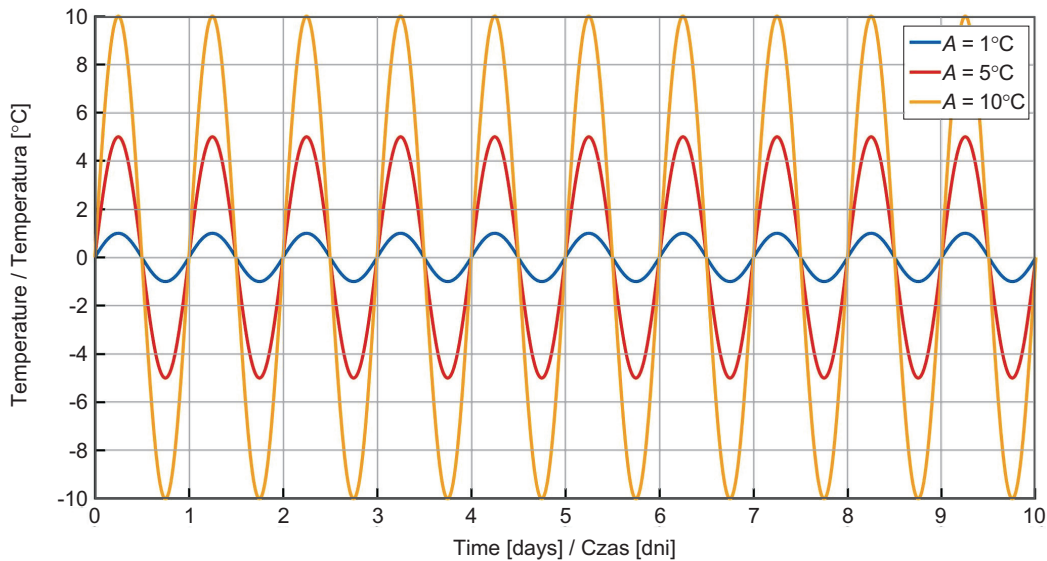


Fig. 2. Graphs of the three sinusoidal functions describing the temperature in time, which were used in consecutive calculations to define the temperature in the boundary node  $T(x = 0, t)$

Rys. 2. Wykresy trzech sinusoidalnych funkcji zmiany w czasie wartości temperatury, które w kolejno obliczanych przypadkach modelu definiowano w węźle brzegowym  $T(x = 0, t)$

Przykładowy zestaw rezultatów przeprowadzonych obliczeń, dla którego wartości parametrów modelu odpowiadają przypadkowi „Typ B, KR 1”, przedstawiono na Rys. 3.

An example set of results obtained for the parameter combination corresponding to the “Type B, KR1” pavement is presented in Fig. 3.

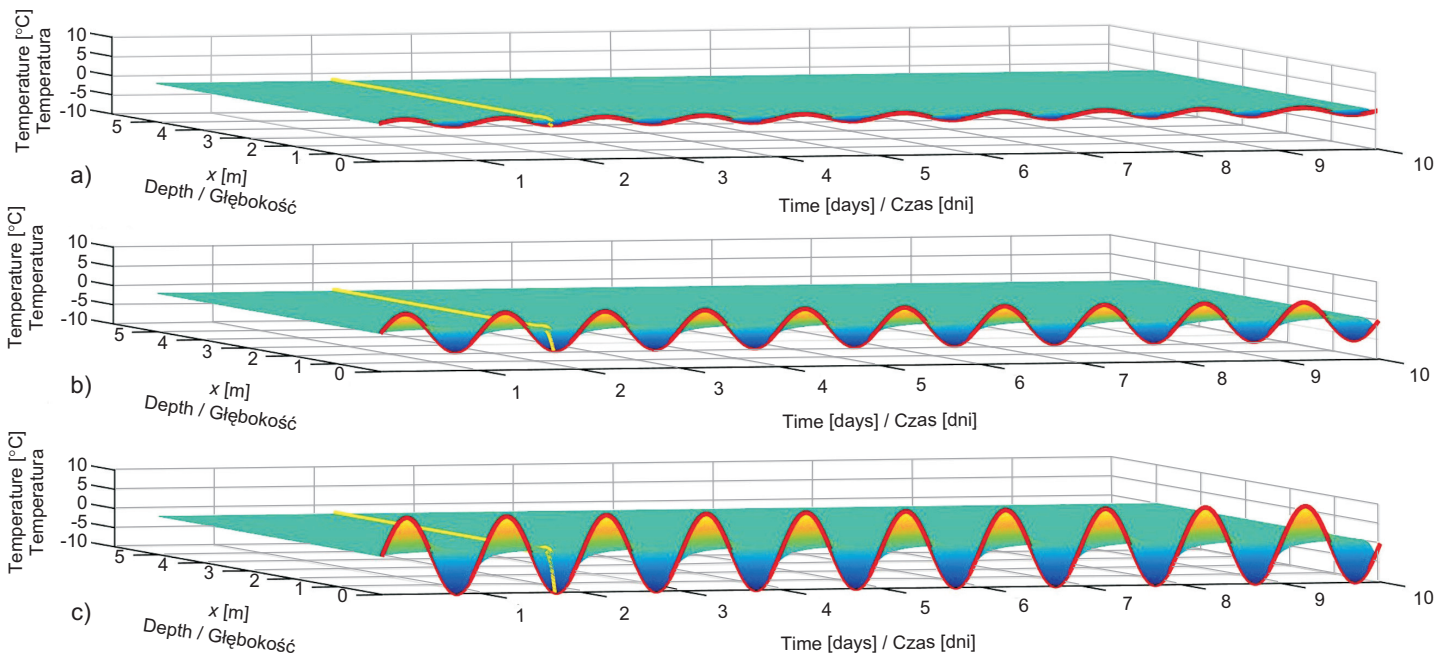


Fig. 3. Time-dependent temperature distributions obtained for the “Type B, KR1” pavement case and the sinusoidal temperature function (red graph) defined in the boundary node  $T(x = 0, t)$ , using the temperature amplitudes: a) 1°C, b) 5°C and c) 10°C; example individual temperature distributions in the pavement model  $T(x, t = 42 \text{ h})$  are marked in yellow

Rys. 3. Zmienne w czasie rozkłady temperatur uzyskane z obliczeń dla przypadku „Typ B, KR1” i zdefiniowanej w węźle brzegowym  $T(x = 0, t)$  sinusoidalnej funkcji zmiany wartości temperatury w czasie (zaznaczono czerwoną linią) o amplitudzie: a) 1°C, b) 5°C i c) 10°C; żółtą linią zaznaczono przykładowe pojedyncze rozkłady temperatury w modelu nawierzchni  $T(x, t = 42 \text{ h})$

W dalszej kolejności należy wyznaczyć czas inicjacji początkowego rozkładu temperatury w modelu. Poprzez początkowy rozkład temperatury w modelu należy rozumieć rozkład, dla którego dalsze wydłużanie czasu inicjacji nie wnosi już istotnych zmian. Czas inicjacji określa się przy wykorzystaniu iteracyjnej metody poszukiwania minimalnej liczby dni, przy której ten warunek jest spełniony. Podstawę przeprowadzonych obliczeń stanowią założenia:

1. Dla zestawów obliczonych rozkładów temperatury w modelu przyjęto podział na zbiory przyporządkowane kolejnym dobom (jeden okres funkcji sinusoidalnej zmiany wartości temperatury zdefiniowanej w węzle brzegowym odpowiada jednej dobie).
2. Za referencyjny zbiór rozkładów temperatury przyjęto zakres odpowiadający ostatniej, dziesiątej dobie.
3. Za miarę inicjacji rozkładu temperatury w modelu przyjęto maksymalną bezwzględną różnicę wartości między zbiorami rozkładów temperatury (zakres jednej doby) obliczonych i referencyjnych, dalej oznaczaną  $max\ dT$ .

Ilustracja graficzna wyników  $max\ dT$  uzyskanych z obliczeń przedstawiona jest na Rys. 4.

The initiation time of the initial temperature distribution in the model was subsequently determined. The initial temperature distribution in the model is understood as the distribution which would not be significantly affected by further increase in the initiation time. The initiation time was determined using an iterative method of search for the minimum number of days at which the above condition would be true. The performed calculations were based on the following assumptions:

1. The calculated temperature distributions in the model were divided into sets corresponding to successive days (one period of the sinusoidal temperature function in the boundary node equaled 24 h).
2. The set of temperature distributions corresponding to the last (tenth) day was adopted as the reference set.
3. The maximum absolute difference between the values in the calculated and reference temperature distribution sets (each corresponding to 24 h) was labeled  $max\ dT$  and adopted as the measure of temperature distribution initiation.

Graphs of the obtained  $max\ dT$  values are shown in Fig. 4.

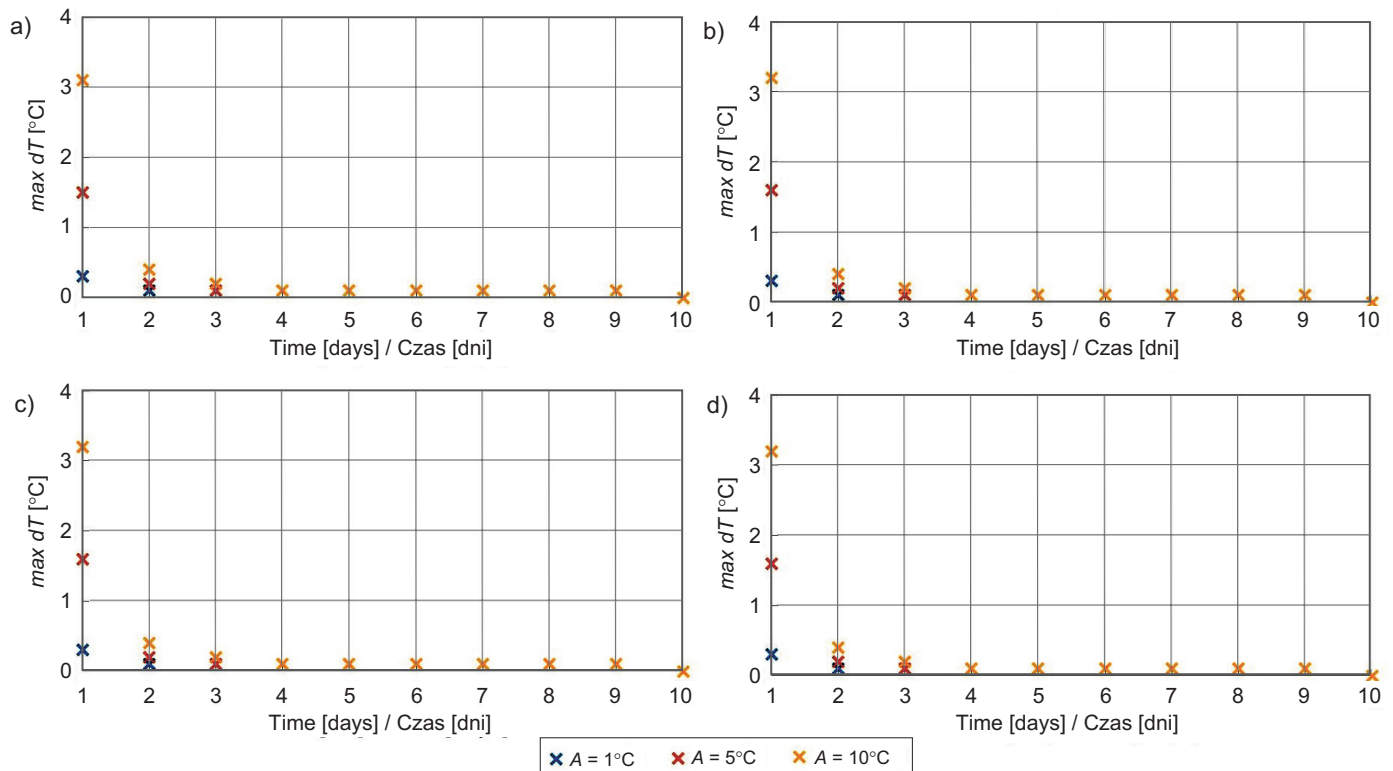


Fig. 4. The obtained maximum absolute differences between the calculated and reference temperature distribution sets, for the four pavement cases: a) Type B, KR1, b) Type B, KR7, c) PB 600 foam concrete base, d) PB 1000 foam concrete base  
Rys. 4. Obliczone wartości maksymalnych bezwzględnych różnic między zbiorami rozkładów temperatur obliczonych i referencyjnych, odpowiednio dla konstrukcji: a) Typ B, KR1, b) Typ B, KR7, c) Podbudowa z PB 600, d) Podbudowa z PB 1000

We wszystkich analizowanych przypadkach wartości maksymalnych bezwzględnych różnic między zbiorami temperatur obliczonych i referencyjnych stabilizują się w czwartej dobie i wynoszą  $0,1^{\circ}\text{C}$  (po zaokrągleniu do przyjętej dokładności obliczanych temperatur). W zakresie obowiązujących w eksperymencie numerycznym założeń, inicjacja początkowego rozkładu temperatury przy wykorzystaniu kolejnych iteracji do przekształcenia liniowej funkcji warunku początkowego na funkcję opisującą zainicjowany teoretyczny i nieliniowy rozkład temperatury na głębokości modelu jest możliwa.

## 5. UZUPEŁNIENIE EKSPERYMENTU NUMERYCZNEGO O DANE Z POMIARÓW *IN SITU*

Uzupełnieniem przeprowadzonego eksperymentu numerycznego są obliczenia wykonane dla przypadku konstrukcji nawierzchni PB 600. Do obliczeń przyjęto warunek brzegowy, w którym wartości zmiany temperatury w czasie (Rys. 5) odpowiadają wartościom zarejestrowanym przetwornikiem termoelektrycznym (termopara typu K) wbudowanym pod warstwą ścieralną nawierzchni asfaltowej na głębokości 5 cm.

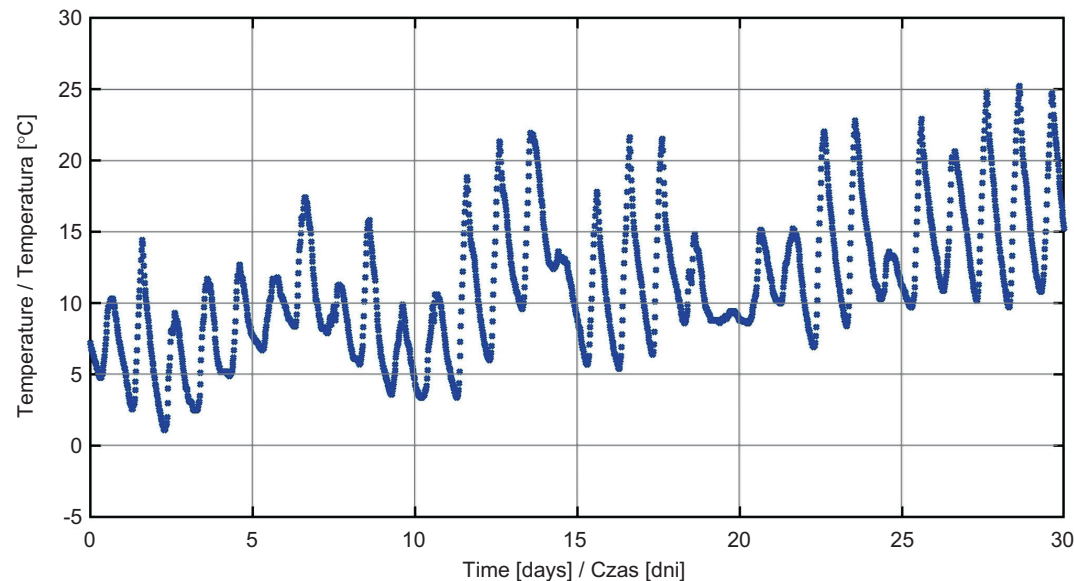


Fig. 5. Temperature values measured under the asphalt wearing course  
Rys. 5. Wartości temperatury zmierzone pod asfaltową warstwą ścieralną

W porównaniu z funkcją sinusoidalną wykorzystaną we wcześniej opisanym eksperymencie numerycznym, przedstawiony na Rys. 5 kształt dyskretnej funkcji zmiany temperatury w czasie jest zdeterminowany przez relatywnie silnie zmienną (ale dość przewidywalną) amplitudę w kolejnych dobach. Należy mieć na uwadze, że złożone zjawiska wymiany ciepła na powierzchni warstwy ścieralnej mogą zmienić charakter tej funkcji na tyle, że logika kolejnych iteracji będzie wymagać korekty algorytmu. To jednak może mieć miejsce w skrajnych

In all the analyzed cases, the values of maximum absolute differences between the calculated and reference temperature distribution sets stabilize in the fourth day at  $0.1^{\circ}\text{C}$  (after rounding the temperature to the adopted precision). Within the scope of the assumptions made in the numerical experiment, it proves possible to initiate the initial temperature distribution by using successive iterations to transform the linear initial condition function into a function describing the initiated theoretical and non-linear temperature distribution along the depth of the model.

## 5. SUPPLEMENTARY ANALYSIS USING *IN SITU* DATA

The numerical experiment was supplemented by computations performed for the “PB 600” pavement case. Calculations were based on a boundary condition in which the changes of temperature in time (Fig. 5) reflected the values recorded by a thermoelectric sensor (type K thermocouple) installed under the wearing course of an asphalt pavement – at the depth of 5 cm.

In comparison with the sinusoidal function used in the numerical experiment described above, the shape of the discrete temperature vs. time function presented in Fig. 5 is determined by a relatively variable (but still predictable) amplitude in consecutive days. One should bear in mind that the complex phenomena of heat transfer on the surface of the wearing course may affect the character of this function so strongly that the logic of successive iterations may require a correction in the algorithm. However, this



sytuacjach związanych zarówno z technologią budowy, nietypowymi właściwościami warstw nawierzchni, jak i pogodą, dlatego w tym przypadku zakłada się, że iteracyjny charakter inicjacji początkowego rozkładu temperatury będzie wymagać jedynie większej liczby kroków obliczeniowych w porównaniu do tej wynikającej z analizy wyników eksperymentu numerycznego (przypadek zdefiniowanej sinusoidalnej funkcji zmiany wartości temperatury w czasie w węźle brzegowym).

Iteracja sprowadza się do procedury ustalenia liczby dni, po której dalsze wydłużanie czasu inicjacji nie wnosi już istotnych zmian. W tym przypadku wielkość  $\max dT'$  obliczona jest jako maksymalna różnica między zbiorem zainicjowanych rozkładów temperatury a zbiorem rozkładów temperatury uzyskanym poprzez wydłużenie czasu inicjacji o jeden dzień. Wyniki tej iteracji przedstawiono na Rys. 6.

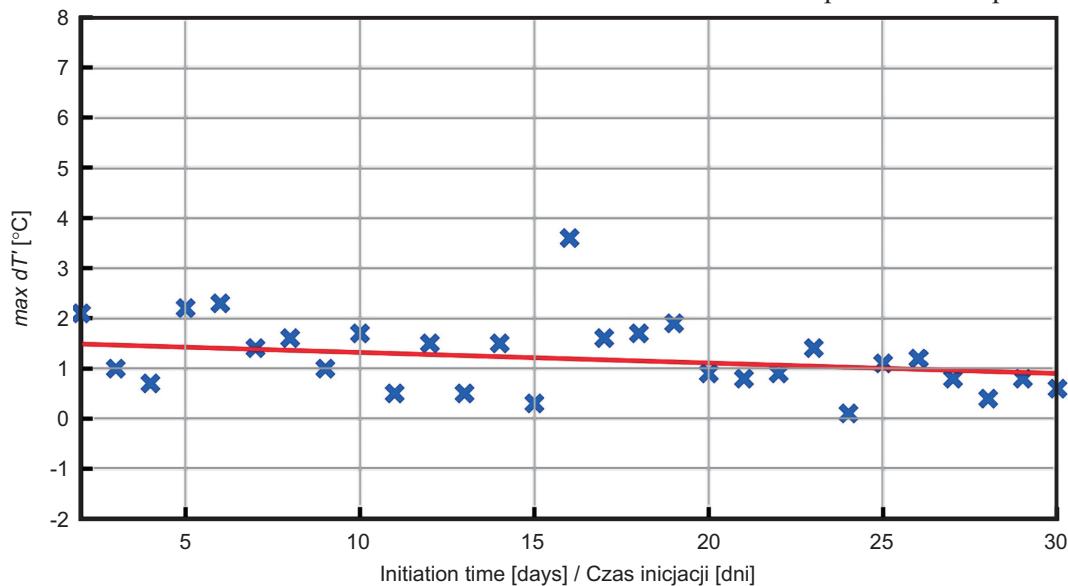


Fig. 6. Results of the iterative procedure of determination of the minimum number of days to initiation of the initial temperature distribution in the pavement model

Rys. 6. Wyniki iteracyjnej procedury ustalania minimalnej liczby dni do czasu inicjacji początkowego rozkładu temperatury w modelu nawierzchni

W wynikach obliczeń zilustrowanych na Rys. 6 można zauważyć trend zmniejszania się wartości  $\max dT'$  (wynik aproksymacji liniowej zaznaczono czerwoną linią) wraz z wydłużaniem czasu inicjacji początkowego rozkładu temperatury. W odróżnieniu od wyników wcześniej omówionego eksperymentu, w którym zdefiniowano warunek brzegowy w postaci funkcji sinusoidalnej, czas inicjacji jest dłuższy. Z dużym prawdopodobieństwem można założyć, że wynika to ze zmiennej amplitudy temperatur w kolejnych dobach. Niemniej jednak, uzyskane wyniki obliczeń opartych na rzeczywistych pomiarach temperatury pod warstwą ścierną nawierzchni podatnej skłaniają ku hipotezie, że prezentowana

necessity can occur in extreme cases associated with construction technology, non-typical pavement layer properties or weather. Therefore, in this particular case it was assumed that the iterative character of the initiation of the initial temperature distribution will only require a greater number of computational steps than in the case of the main numerical experiment (in which the defined sinusoidal temperature function was used in the boundary node).

Iterative procedure consists in determination of the minimum number of days after which further increase in the time of initiation does not result in significant changes. In this case the value of  $\max dT'$  is calculated as the maximum difference between the set of initiated temperature distributions and the set of temperature distributions obtained by increasing the initiation time by one day. Results of the iterative procedure are presented in Fig. 6.

As visible in Fig. 6, a decreasing trend in the values of  $\max dT'$  is noticeable (linear approximation represented by the red line) with the increase in the time of initiation. In contrast to the results of the numerical experiment described above (in which the boundary condition was defined using the sinusoidal function), the time of initiation is longer. It may be assumed that most probably the increase in initiation time results from the variable amplitude of temperature in successive days. Nevertheless, the obtained results of computations based on real temperature measured under the wearing course support the hypothesis that the presented method makes it possible to

metoda kolejnych iteracji pozwala znaleźć taki zainicjowany teoretyczny i nieliniowy rozkład temperatury na głębokości modelu, który w sposób bardziej dokładny przybliży rzeczywistą funkcję rozkładu temperatury na głębokości nawierzchni.

## 6. WNIOSKI

Analiza rezultatów przeprowadzonych eksperymentów numerycznych potwierdziła możliwość inicjacji warunków początkowych w modelu do analizy termicznej nawierzchni drogowej poprzez wykonanie obliczeń wyłącznie na podstawie analizy niestacjonarnego przepływu ciepła. Bazując na wynikach rzeczywistych pomiarów temperatury (np. pod warstwą ścieralną), czas inicjacji należy ustalić indywidualnie. Analizowany w artykule przypadek potwierdza, że przy czasie inicjacji równym 30 dni miara inicjacji rozkładu temperatury (wartość  $\max dT'$ ) poprawiła się o około 75%.

Uzyskane wyniki obliczeń opartych na rzeczywistych pomiarach temperatury pod warstwą ścieralną nawierzchni podatnej skłaniają ku hipotezie, że dzięki wykorzystaniu prezentowanej metody kolejnych iteracji można znaleźć taki zainicjowany teoretyczny i nieliniowy rozkład temperatury na głębokości modelu, który w sposób zbliżony prezentuje rzeczywistą funkcję rozkładu temperatury na głębokości nawierzchni w warunkach naturalnych.

Należy podkreślić, że uzyskane rezultaty należy traktować wyłącznie jako wprowadzenie do dalszej dyskusji w tym obszarze badawczym.

## BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Dziodosz S., Słowik M., Niwczyk F., Bilski M.*: Study on styrene-butadiene-styrene modified asphalt binders relaxation at low temperature. *Materials*, **14**, 11, 2021, ID article: 2888, DOI: 10.3390/ma14112888
- [2] *Wolka P., Żebrowski W., Karczewski B., Niciejewski M.*: Nawierzchnie cementowe modyfikowane polimerową fazą włóknistą (SNFRC). Konferencja „Dni Betonu”, Wisła, 2021, 399-410
- [3] *Szymaniak K.*: Długowieczne nawierzchnie dróg lokalnych w technologii SMA 16 JENA. *Materiały Budowlane*, **4**, 2019, 49-51
- [4] *Bilski M., Pożarycki A., Górnaś P., Bartkowiak B.*: Pianobeton – sposób na tańsze drogi – porównanie ekonomiczne. *Magazyn Autostrady*, **3**, 2022, 31-33
- [5] *Kowalski K.J., Bohatkiewicz J., Król J., Sarnowski M.*: Rozwiązania materiałowo-technologiczne i klasyfikacja nawierzchni asfaltowych redukujących hałas drogowy. *Drogownictwo*, **76**, 4, 2021, 95-100
- [6] *Ciołczyk A., Kamiński K.*: Kruszywo luminescencyjne do nawierzchni drogowych. *Inżynieria i Budownictwo*, **77**, 9-10, 2021, 442-444
- [7] *Kleszczewska K.*: Sposoby redukcji efektu miejskiej wyspy ciepła. *Inżynieria i Budownictwo*, **75**, 3, 2019, 116-118
- [8] *Minhoto M.J.C., Pais J.C., Pereira P.A.A., Picado-Santos L.G.*: Predicting asphalt pavement temperature with a three-dimensional finite element method. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **1919**, 1, 2005, 96-110, DOI: 10.1177/0361198105191900111
- [9] *Górszczyk J., Grzybowska W.*: Symulacje zjawisk przewodzenia ciepła w drogowej nawierzchni asfaltowej. II Międzynarodowa Konferencja Drogi Przyjazne Środowisku ENVIROAD, Warszawa, 2009
- [10] *Zhang N., Wu G., Chen B., Cao C.*: Numerical model for calculating the unstable state temperature in asphalt pavement structure. *Coatings*, **9**, 4, 2019, 271, DOI: 10.3390/coatings9040271

find such an initiated theoretical and non-linear temperature distribution along the depth of the model, which more accurately approximates the real function of temperature distributions along the depth of the pavement.

## 6. CONCLUSIONS

Analysis of the results of the numerical experiments confirmed the possibility of initiation of the initial conditions in the model for thermal analysis of road pavements by performing computations based only on the analysis of non-stationary heat flow. The initiation time should be determined individually based on real temperature measurements (e.g. under the wearing course). In the analyzed case, with initiation time of 30 days, the measure of temperature distribution initiation ( $\max dT'$  value) improved by about 75%.

The obtained results of computations based on real temperature measurements under the wearing course of flexible pavement support the hypothesis that, using the presented method, it is possible to find such an initiated theoretical and non-linear temperature distribution along the depth of the model which approximately represents the real function of temperature distribution along the depth of the pavement in field conditions.

It must be emphasized that the obtained results should be treated only as an introduction to further discussion in this research area.

- [11] *Gajewski M., Piotrowski A.*: Naprężenia termiczne w nawierzchni drogowej w okresie zimowym – wpływ warunków brzegowych i początkowych. w: Jemioło S. (red.): *Termosprężystość i przepływ ciepła w materiałach anizotropowych*, Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa, 2015, 281-295
- [12] *Pszczola M., Judycki J.*: Comparison of calculated and measured thermal stresses in asphalt concrete. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, **10**, 1, 2015, 39-45, DOI: 10.3846/bjrbe.2015.05
- [13] *Bilski M., Górnaś P., Pożarycki A., Skrzypczak P., Słowik M., Mielczarek M., Wróblewska A., Semkło Ł.*: Thermal diffusivity of concrete samples assessment using a solar simulator. *Materials*, **16**, 3, 2023, ID article: 1268, DOI: 10.3390/ma16031268
- [14] *Graczyk M., Rafa J., Rafalski L., Zofka A.*: Nowe rozwiązanie analityczne zadania przepływu i refrakcji ciepła w nawierzchni warstwowej, *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **13**, 1, 2014, 33-48, DOI: 10.7409/rabdim.014.003
- [15] *Pszczola M., Judycki J., Ryś D.*: Evaluation of pavement temperatures in Poland during winter conditions. *Transportation Research Procedia*, **14**, 2016, 738-747, DOI: 10.1016/j.trpro.2016.05.342
- [16] *Górszczyk J., Grzybowska W.*: Analizy termiczne asfaltowej nawierzchni drogowej z wykorzystaniem MES. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **10**, 4, 2011, 7-30
- [17] *Grzymkowski R., Kapusta A., Nowak I., Słota D.*: Metody numeryczne, zagadnienia początkowo-brzegowe. Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice, 2009
- [18] *Judycki J., Jaskuła P., Pszczola M., Alenowicz J., Dołżycki B., Jaczewski M., Ryś D., Stienss M.*: Katalog typowych konstrukcji nawierzchni podatnych i półsztywnych. Załącznik do Zarządzenia nr 31 Generalnego Dyrektora Dróg Krajowych i Autostrad z dnia 16.06.2014 r.
- [19] *Bilski M., Pożarycki A., Górnaś P.*: Katalog Nawierzchni Politechniki Poznańskiej (niepublikowany), Poznań, 2022
- [20] *de Bondt A.H.*: Anti-Reflective Cracking Design of (Reinforced) Asphaltic Overlays. PhD thesis, Delft University of Technology, Delft, 1999, <http://resolver.tudelft.nl/uuid:130b757f-436d-4ee0-a15a-e07b132f4f1a>