

CZESŁAW MACHELSKI¹⁾

MAIN GIRDER DEFORMATION FUNCTIONS FROM SERVICE LIFE OF COMPOSITE BRIDGES

FUNKCJE DEFORMACJI DŹWIGARÓW GŁÓWNYCH Z OKRESU EKSPLOATACJI MOSTÓW ZESPOLONYCH

STRESZCZENIE. W pracy rozpatruje się badanie funkcji pełzania betonu na podstawie zmiany deformacji dźwigara głównego mostu. Do tego celu wykorzystuje się zmiany krzywizny w kilku wybranych momentach pomiarowych podczas eksploatacji mostu. W przypadku dźwigarów zespolonych wskazano na uwikłany związek pełzania i parametrów geometrycznych przekroju poprzecznego. Na przykładach mostów stalowych oraz betonowych, wykonanych z belek prefabrykowanych, pokazano różnice parametrów geometrycznych. Wykazano, że obydwa rodzaje konstrukcji można analizować z zastosowaniem, omówionego w pracy, jednolitego algorytmu. Porównano funkcję uzyskaną na podstawie deformacji konstrukcji z funkcją pełzania. W analizie porównawczej wykazano, że w wyznaczonej funkcji z efektem pełzania sumowane są inne czynniki reologii betonu i zmian klimatycznych. Znaczący wpływ może mieć schemat montażowy i inne zabiegi technologiczne, a także efekty eksploatacyjne w postaci wielokrotnych obciążeń zmiennych. Ważnym udogodnieniem w odwzorowaniu funkcji deformacji jest duże jej podobieństwo do funkcji zmiany krzywizny. Do takich analiz przydatne są wyniki monitoringu mostów uzyskane geodezyjną techniką pomiarową.

SŁOWA KLUCZOWE: monitoring, mosty zespolone, pełzanie betonu, podatność.

ABSTRACT. This paper deals with the investigation of the concrete creep function on the basis of changes in the deformation of the main girder of a bridge. Changes in deformation at a few selected instants in the service life of the bridge are used for this purpose. In the case of composite girders an implicit link between creep and the geometrical parameters of the cross section is indicated. Differences in geometrical parameters are demonstrated using as examples steel bridges and concrete bridges built of precast beams. It is shown the two types of structures can be analysed using the same algorithm presented in this paper. The function obtained on the basis of the deformation of the structure is compared with the creep function. The comparative analysis shows that other factors connected with concrete rheology and climate change occur in the creep function. The erection scheme, construction operations and operational effects in the form of repeated variable loads can have a considerable impact. Of major assistance in representing the deformation function is its strong similarity to the curvature change function. The results of monitoring by means of geodetic surveying are helpful in such analyses.

KEYWORDS: composite bridges, concrete creep, flexibility, monitoring.

DOI: 10.7409/rabdim.022.013

¹⁾ Politechnika Wroclawska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Wybrzeże Stanisława Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław; czeslaw.machelski@pwr.edu.pl

1. WPROWADZENIE

W przypadku mostów zespolonych [1] głównym rozwiązanym problemem jest redystrybucja sił wewnętrznych (naprężeń) powstałych w wyniku procesów reologicznych [2, 3]. W mostach stalowych istotne znaczenie ma skurcz betonu płyty pomostowej oraz wynikające stąd naprężenia (i siły wzbudzone) z udziałem pełzania. W pracy analizuje się sytuację odwrotną, polegającą na tym, że określona jest na podstawie pomiarów zmiana deformacji dźwigara głównego mostu [4] (Rys. 1), a poszukiwana jest funkcja pełzania betonu. Do jej wyznaczenia wykorzystuje się zmianę krzywizny w kilku wybranych momentach pomiarowych podczas eksploatacji mostu [5]. Wyznaczona funkcja deformacji służy do prognozowania ugięć mostu w trakcie dalszej jego eksploatacji.

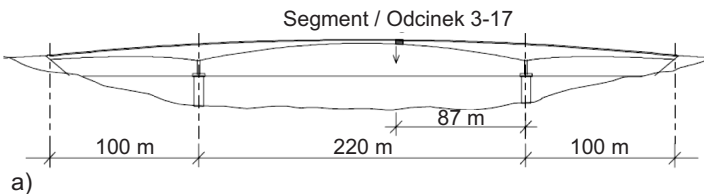


Fig. 1. Results of in-service measurements of Støvset bridge [4, 5]: a) structural scheme, b) increment in deflection
Rys. 1. Wyniki pomiarów w czasie eksploatacji mostu Støvset [4, 5]: a) schemat konstrukcji, b) narastanie ugięć

Typowy w mostach realizowanych w technologii betonowania nawisowego jest ich wygląd (Rys. 1a). W legendzie wykresów na Rys. 1b podano numery interwałów czasowych pomiędzy pomiarem referencyjnym (0) i analizowanymi (1-9). Obiekt wybudowano w październiku 1993 roku, a pomiar referencyjny wykonano w dniu 22.02.1994 [4]. Algorytm przekształcania zmiany krzywizny na potrzeby szacowania skutków pełzania w takich mostach przedstawiono w [5].

2. ZMIANA KRZYWIZNY JAKO EFEKT PEŁZANIA BETONU

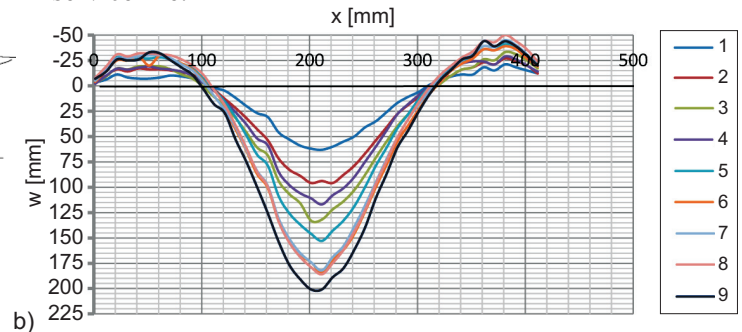
Poniżej rozpatrzono przykład belki zespolonej o typowym przekroju poprzecznym (Rys. 2). Schemat belki jest statycznie wyznaczalny z niezmiennym, stałym obciążeniem równomiernie rozłożonym. Jedynym rozpatrywanym w tym punkcie analizy zjawiskiem, które wpływa na zmiany deformacji, jest pełzanie betonu płyty pomostowej (prosty przypadek wytrzymałościowy [6]).

W niniejszej pracy wykorzystuje się zależność wytrzymałościową w postaci proporcji momentów M do sztywności na zginanie EI zgodnie z równaniem:

$$\kappa(\varphi) = \frac{M_b(\varphi)}{EI_b} = \frac{M}{EI(\varphi)} \quad (1)$$

1. INTRODUCTION

A major issue in the case of composite bridges [1] is the redistribution of the internal forces (stresses) generated by rheological processes [2, 3]. Deck slab concrete shrinkage and the resulting stresses (and induced forces) accompanied by creep are of major consideration in steel bridges. In this paper a reverse approach, consisting in determining the change in the deformation of the main girder of a bridge on the basis of measurements [4] (Fig. 1) and seeking a concrete creep function, is adopted. Changes in curvature at several selected measurement instants in the service life of a bridge are used to determine this function [5]. The deformation function determined in this way is used to forecast deflections of the bridge in the course of its further service life.



Bridges built using the cast-in-place segmental construction method have a characteristic shape (Fig. 1a). The numbers of the time intervals (Fig. 1b) between the reference measurement (0) and the analysed measurements are given in the diagram's legend (Fig. 1b). The bridge was built in October 1993 and the reference measurement was taken on 22.02.1994 [4]. The algorithm for transforming curvature changes for the purpose of estimating creep effects in such bridges can be found in [5].

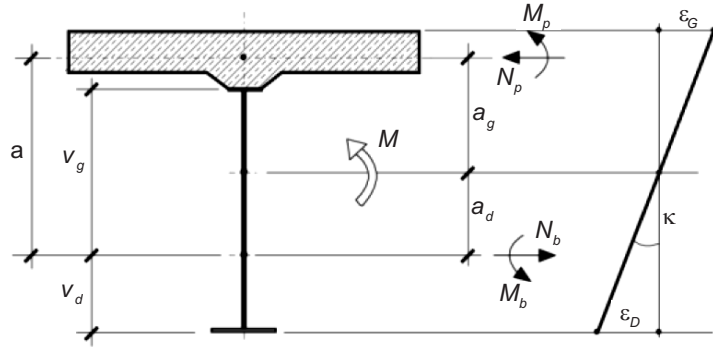
2. CHANGE IN CURVATURE DUE TO CONCRETE CREEP

As an example, a composite beam with a typical cross section (Fig. 2) is considered below. The beam system is statically determinate, with a uniformly distributed invariable permanent load. The only phenomenon having a bearing on changes in deformation in this case is the creep of the deck slab concrete (a basic strength case [6]).

In this paper a strength relation in the form of ratios of moments M to bending stiffness EI is used:

$$\kappa(\varphi) = \frac{M_b(\varphi)}{EI_b} = \frac{M}{EI(\varphi)} \quad (1)$$

We wzorze (1) występują dwie stałe wartości: globalny moment zginający M oraz sztywność stalowej belki EI_b . Zmierzalnymi są: moment zginający stalową belkę $M_b(\varphi)$ oraz sztywność przekroju zespolonego $EI(\varphi)$. Zależą one w tym przypadku wyłącznie od funkcji pełzania betonu płyty pomostowej $\varphi(\tau)$, przy czym τ oznacza czas liczony od wystąpienia deformacji konstrukcji.



In formula (1) there are two constant quantities: global bending moment M and steel beam stiffness EI_b . The variables are: steel beam bending moment $M_b(\varphi)$ and composite cross section stiffness $EI(\varphi)$. In the considered case, they depend exclusively on deck slab concrete creep function $\varphi(\tau)$, where τ stands for time which has elapsed since from the deformation of the structure.

Fig. 2. Component forces in case of composite beam and curvature of its cross section

Rys. 2. Siły składowe i krzywizna przekroju belki zespolonej

Zwykle w stosowanych rozwiązaniach konstrukcji zespolonych [1] globalny moment M rozkłada się na statycznie zrównoważony układ sił w płycie (indeks p) i stalowej belce (indeks b), jak na Rys. 2. W omawianym zagadnieniu istotne znaczenie ma moment $M_b(\varphi)$, jak we wzorze (1). Z tego powodu wprowadza się związek momentów zginających opisany zależnością:

$$M_b(\varphi) = M \cdot \mu(\varphi). \quad (2)$$

Funkcja $\mu(\varphi)$ we wzorze (2) wynika więc z zależności statycznej. Można ją również uzasadnić, korzystając ze związku geometrycznego wynikającego z porównania momentów bezwładności:

$$\mu(\varphi) = \frac{I_b}{I(\varphi)}. \quad (3)$$

Stąd wynika ogólna zależność dla elementów przekroju zespolonego, wyrażona równaniem:

$$\kappa(\varphi) = \frac{M_b(\varphi)}{EI_b} = \frac{M}{EI_b} \mu(\varphi). \quad (4)$$

W celu określenia funkcji $\mu(\varphi)$ skorzystano w pracy z zależności opisanej wzorem (3). Jako zmienny parametr geometryczny przekroju poprzecznego dźwigara zespolonego traktuje się $I(\varphi)$. Globalny moment bezwładności z uwzględnieniem pełzania betonu płyty pomostowej oblicza się na podstawie wzoru Steinera:

$$I(\varphi) = I_b + A_b \cdot a_d^2 + (I_p + A_p \cdot a_g^2) / n(\varphi). \quad (5)$$

Parametry geometryczne części składowych przekroju poprzecznego (A – pole powierzchni, I – moment bezwładności) oznaczono indeksami b (belka) oraz p (płyta). Geometrię płyty pomostowej sprowadza się do jednolitego materiału (belki) na podstawie modułów Younga, zgodnie ze wzorem:

In typical composite structure designs [1] global moment M usually breaks down into a statically balanced system of forces in the slab (subscript p) and in the steel beam (subscript b), as in Fig. 2. In the considered problem, moment $M_b(\varphi)$ as in formula (1), is of major importance. Therefore a relationship between the bending moments, expressed as follows is introduced:

$$M_b(\varphi) = M \cdot \mu(\varphi). \quad (2)$$

Thus function $\mu(\varphi)$ in formula (2) stems from a static relationship. The function can be validated using the geometrical relationship following from a comparison of the moments of inertia:

$$\mu(\varphi) = \frac{I_b}{I(\varphi)}. \quad (3)$$

Hence one gets the following general relation for the elements of a composite cross section:

$$\kappa(\varphi) = \frac{M_b(\varphi)}{EI_b} = \frac{M}{EI_b} \mu(\varphi). \quad (4)$$

In this paper in order to determine function $\mu(\varphi)$ the relationship described by formula (3) was used. $I(\varphi)$ was adopted as a variable geometrical parameter of the cross section of the composite girder. The global moment of inertia, taking into account the creep of the deck slab concrete, is calculated from the Steiner formula:

$$I(\varphi) = I_b + A_b \cdot a_d^2 + (I_p + A_p \cdot a_g^2) / n(\varphi). \quad (5)$$

The geometrical parameters of the component parts of the cross section (A – the surface area, I – the moment of inertia) are denoted with subscripts: b (the beam) and p (the slab). The geometry of the deck slab is normalised to a homogenous material (the beam material) on the basis of the E -moduli in accordance with the formula:

$$n(\varphi) = \frac{E_b}{E_p} (1 + \varphi). \quad (6)$$

Odległość środków ciężkości belki i płyty, oznaczona jako a , jest wielkością stałą (Rys. 2). Wzajemne odległości tych elementów od globalnej osi bezwładności przekroju zespolonego zależą od funkcji pełzania $\varphi(\tau)$, według wzorów:

$$a_d = \frac{a \cdot A_{p\varphi}}{A_b + A_{p\varphi}} \quad (7)$$

oraz

$$a_g = \frac{a \cdot A_b}{A_b + A_{p\varphi}}, \quad (8)$$

gdzie sprowadzone (ekwiwalentne) pole przekroju płyty mostowej można wyrazić za pomocą wzoru:

$$A_{p\varphi} = A_p / n(\varphi). \quad (9)$$

Ze wzoru (4) wynika, że redukcja globalnej sztywności $EI(\varphi)$ jest powodem przyrostu momentu $M_b(\varphi)$ w stalowej belce.

Po uwzględnieniu przedstawionych zależności geometrycznych wzór (7) przyjmie postać:

$$I(\varphi) = I_b + A_b \cdot a \cdot a_d + I_p / n(\varphi). \quad (10)$$

Gdyby pominąć ostatni składnik równania (10), o niewielkich wartościach w porównaniu do I_b , uzyskać można na podstawie wzoru (3) następującą zależność:

$$\frac{1}{\mu} = 1 + \frac{A_b \cdot a}{I_b} a_d(\varphi). \quad (11)$$

Ze wzoru (11) wynika postać funkcji $\mu(\varphi)$ jako uwikłany związek stałych parametrów geometrycznych przekroju poprzecznego z funkcją pełzania, przy czym $a_d(\varphi)$ oznacza odległość środka ciężkości belki od globalnego środka ciężkości dźwigara. W ujęciu rozwiązania przedstawionego przez B. Fritza w [3] parametry geometryczne i pełzanie traktowane są jako rozłączne.

W wyniku analiz wielu przykładów obciążeń dźwigarów głównych mostów zespolonych przyjęto w artykule ogólną zależność geometrii przekroju i pełzania, o postaci:

$$\mu = \frac{G}{c} (c + \varphi) = G \left(1 + \frac{\varphi}{c} \right). \quad (12)$$

Przykładowe wartości G i c w przypadku wybranych przęseł mostowych o konstrukcji zespolonej (Rys. 2) zestawiono w Tabl. 1. Uzyskano je z zależności ujętych we wzorach (5)-(9). Parametry geometryczne mostów zaczerpnięto natomiast z literatury. Mosty oznaczone literami A, B i C to mosty drogowe, natomiast litera D dotyczy mostu kolejowego. W obliczeniach tych przyjęto jednakową proporcję modułów Younga materiału belki i płyty $n = E_b/E_p = 6,25$ występującą we wzorze (6).

$$n(\varphi) = \frac{E_b}{E_p} (1 + \varphi). \quad (6)$$

The distance between the centre of gravity of the beam and that of the slab, denoted as a , is a constant quantity (Fig. 2). The mutual distances of these members from the global axis of inertia of the composite cross section depend on creep function $\varphi(\tau)$, according to the formulas:

$$a_d = \frac{a \cdot A_{p\varphi}}{A_b + A_{p\varphi}} \quad (7)$$

and

$$a_g = \frac{a \cdot A_b}{A_b + A_{p\varphi}}, \quad (8)$$

where the normalized (equivalent) area of the deck slab cross section can be expressed as follows:

$$A_{p\varphi} = A_p / n(\varphi). \quad (9)$$

It follows from formula (4) that a reduction in global stiffness $EI(\varphi)$ results in an increase in moment $M_b(\varphi)$ in the steel beam.

After the above geometrical relations are taken into account, formula (7) assumes the form:

$$I(\varphi) = I_b + A_b \cdot a \cdot a_d + I_p / n(\varphi). \quad (10)$$

If the final term in equation (10), whose values are low in comparison with I_b , is disregarded, one can get the following relation from formula (3):

$$\frac{1}{\mu} = 1 + \frac{A_b \cdot a}{I_b} a_d(\varphi). \quad (11)$$

It follows from formula (11) that function $\mu(\varphi)$ represents an implicit relationship between the cross section's constant geometrical parameters and the creep function, where $a_d(\varphi)$ stands for the distance between the beam's centre of gravity and the girder's global centre of gravity. In the solution presented by B. Fritz in [3] the geometrical parameters and the creep are treated as disjoint quantities.

Based on an analysis of many examples of the main girder loads of composite bridges, was adopted in this paper.

$$\mu = \frac{G}{c} (c + \varphi) = G \left(1 + \frac{\varphi}{c} \right). \quad (12)$$

Exemplary values of G and c for selected composite bridge spans (Fig. 2) are collated in Table 1. The values were obtained from relations (5)-(9). The geometrical parameters of the bridges were taken from the literature. The bridges designated with letters A, B and C are road bridges, while the letter D designates a railway bridge. The same ratio of the E -moduli of the material of the beam and the slab: $n = E_b/E_p = 6.25$ (occurring in formula (6)) was adopted in all the calculations.

Table 1. Geometrical characteristics of composite girders
 Tablica 1. Charakterystyka geometryczna dźwigarów zespolonych

Parameters Parametry	Analysed bridge span / Analizowane przęsło mostu			
	A	B	C	D
A_b m ²	0.0448	0.0600	0.0444	0.0550
I_b m ⁴	0.01920	0.03567	0.02547	0.02346
A_p m ²	0.5820	0.6000	0.8614	0.6000
I_p m ⁴	0.002125	0.00200	0.00880	0.0031
a m	1.135	1.534	1.663	1.418
G	0.3282	0.2903	0.2127	0.2728
c	5.5	4.5	5.5	4.5
G/c	0.05067	0.06451	0.03867	0.06062

Wartość parametru G zależy wyłącznie od geometrii przekroju dźwigara i wpływa proporcjonalnie na funkcję μ . Jest więc parametrem charakterystycznym konstrukcji mostu, a jego wartość może być obliczana ze wzoru:

$$\frac{1}{G} = 1 + \frac{A_b \cdot A^2}{I_b} \frac{A_p}{n \cdot A_b + A_p} + \frac{I_p}{n}. \quad (13)$$

Parametr c uwikłany jest z funkcją pełzania $\phi(\tau)$. Jego wartość określona jest również jako wielkość stała w przypadku dźwigara. W przeprowadzonych obliczeniach wyznaczona została na podstawie analizy porównawczej jako wynik przekształcenia wzorów (3) i (12). Uzyskane różnice wartości μ nie przekraczały 3%. Z zestawienia parametrów G oraz c przedstawionego w Tabl. 1 wynika, że w przypadku losowo wybranych obiektów mostowych widoczne są niewielkie różnice tych wartości. W przypadku mostów betonowych o jednolitej budowie, gdzie $\mu = 1$, nie stosuje bowiem się dystrybucji momentu M na siły składowe (Rys. 2).

3. FUNKCJA PEŁZANIA BETONU

W niniejszej pracy traktuje się zmianę krzywizny dźwigara głównego mostu $\kappa(\tau)$ (Rys. 2) jako wynik uzyskany z pomiarów. Funkcję $\kappa(\tau)$ odnosi się do wartości początkowej (referencyjnej) κ_o . Proces pełzania rozpoczyna się od wartości $\phi = 0$, stąd ze wzoru (12) otrzymuje się $\mu = G$. Gdy rozpatruje się dowolny czas badania τ_r , z zależności (4) otrzymuje się wzór na krzywiznę:

$$\kappa_r = \frac{M \cdot G}{EI_b} \left(1 + \frac{\phi_r}{c} \right) = \kappa_o \left(1 + \frac{\phi_r}{c} \right), \quad (14)$$

gdzie:

$$\kappa_o = \frac{M \cdot G}{EI_b}. \quad (15)$$

Wartość κ_o traktuje się jako rozpoczynającą zmiany krzywizny (efekt doraźnego obciążenia stałego w wyniku powstania momentu M). Zatem ogólna zależność zmiany krzywizny od

Since the value of parameter G depends on exclusively the geometry of the girder cross section and has a proportional effect on function μ , G is a characteristic parameter of the bridge structure. Its value can be calculated from the formula:

$$\frac{1}{G} = 1 + \frac{A_b \cdot A^2}{I_b} \frac{A_p}{n \cdot A_b + A_p} + \frac{I_p}{n}. \quad (13)$$

Parameter c is implicit in creep function $\phi(\tau)$ and its value is assumed to be constant in the case of a girder. The value was determined here on the basis of a comparative analysis, as a result of the transformation of formulas (3) and (12). The differences between the values of μ did not exceed 3%. It appears from the comparison of parameters G and c in Table 1 that their values for the randomly selected bridges differ only slightly. In the case of monolithic concrete bridges, where $\mu = 1$, no distribution of moment M into component forces (Fig. 2) applies.

3. CONCRETE CREEP FUNCTION

In this paper the change $\kappa(\tau)$ in the curvature of the bridge's main girder (Fig. 2) is assumed to be determined by measurements. Function $\kappa(\tau)$ is compared with its initial (reference) value κ_o . The process of creep begins with the value $\phi = 0$, and so from formula (12) one gets $\mu = G$. From relation (4) for arbitrary measurement instant τ_r one gets the following formula for the curvature:

$$\kappa_r = \frac{M \cdot G}{EI_b} \left(1 + \frac{\phi_r}{c} \right) = \kappa_o \left(1 + \frac{\phi_r}{c} \right), \quad (14)$$

where:

$$\kappa_o = \frac{M \cdot G}{EI_b}. \quad (15)$$

The κ_o value is considered to set off changes in curvature (a momentary static load effect brought about by generated moment M). Thus the general dependence of curvature

pełzania jest funkcją liniową, utworzoną na podstawie (14), zgodnie ze wzorem:

$$\kappa(\tau) = \kappa_o \left(1 + \frac{\varphi}{c} \right). \quad (16)$$

Jako przykład zastosowania powyższego algorytmu rozpatruje się belkę zespoloną o przekroju poprzecznym przedstawionym na Rys. 2. W tym przypadku założono, że jedynym zjawiskiem występującym w tej belce jest pełzanie betonu płyty pomostowej przy stałej wartości momentu M . Poszukiwana jest zatem funkcja pełzania betonu $\varphi(\tau)$ z wykorzystaniem znanych wartości zmiany krzywizny $\kappa(\tau)$ w wybranych chwilach podczas eksploatacji mostu. Korzystając z ogólnej zależności (16) oraz funkcji $\mu(\tau)$ ze wzoru (12) ze stałymi wartościami G i c , otrzymuje się równanie:

$$\frac{\kappa(\tau) - \kappa_o}{\kappa_o} c = \varphi(\tau). \quad (17)$$

W wyniku podstawienia danych do lewej strony równania (17) określa się funkcję pełzania $\varphi(\tau)$. Jako κ_o przyjmuje się krzywiznę rozpoczynającą proces pełzania, natomiast $\kappa(\tau)$ jest efektem jej narastania podczas obserwacji w kolejnych pomiarach.

W omawianym przykładzie obliczeń przyjęto, że pomiary realizowane są na moście, w którym występujący we wzorze (12) parametr $c = 5,5$ (czyli w przypadku mostów oznaczonych jako A lub C). W Tabl. 2 zestawiono wartości funkcji $\varphi(\tau)$ uzyskane w analizowanych chwilach czasu wyróżnionych na Rys. 3b. Ponieważ czas jest parametrem zmiennym, ale występującym w funkcji pełzania $\varphi(\tau)$, przyjęto okres końcowy jako jednostkowy. Podstawą przeprowadzonych obliczeń jest funkcja krzywizny $\kappa(\tau)$, przedstawiona na Rys. 3a w postaci schematu S1. W obliczeniach zakłada się początek osi czasu $\tau_o = 0$ jako rozpoczęcie obserwacji procesu pełzania, stąd $\varphi_o = 0$. Charakterystyczne punkty obserwacji pomiarowych wyróżniono na wykresie $\varphi(\tau)$.

change on creep is a linear function created on the basis of (14), expressed by the formula:

$$\kappa(\tau) = \kappa_o \left(1 + \frac{\varphi}{c} \right). \quad (16)$$

A composite beam with the cross section shown in Fig. 2 is considered below to illustrate the above algorithm. In this case, deck slab concrete creep at constant M is assumed to be the only phenomenon occurring in this beam. Therefore concrete creep function $\varphi(\tau)$ is sought using the known values of the change in curvature $\kappa(\tau)$ at selected instants in the service life of the bridge. Using general relation (16) and function $\mu(\tau)$ from formula (12) with constant values G and c one gets the equation:

$$\frac{\kappa(\tau) - \kappa_o}{\kappa_o} c = \varphi(\tau). \quad (17)$$

By substituting measurement data into the left side of equation (17) one determines creep function $\varphi(\tau)$. As κ_o one assumes the curvature setting off the creep process, while $\kappa(\tau)$ is the result of the increments registered in successive measurements.

In this calculation example the measurements were performed on a bridge for which the parameter c occurring in formula (12) is equal to 5.5 (bridge A or C). The values of function $\varphi(\tau)$ obtained at the analysed instants (distinguished in Fig. 3b) are collated in Tab. 2. Since time is a variable parameter, but occurring in creep function $\varphi(\tau)$, the final period was assumed to be equal to unity. The basis for the calculations was the curvature function $\kappa(\tau)$ shown as graph S1 in Fig. 3a. The time axis origin $\tau_o = 0$ was assumed as the beginning of creep process observation. Hence $\varphi_o = 0$. The characteristic measurement observation points are marked on the $\varphi(\tau)$ graph.

Table 2. Results of creep function calculations
Tablica 2. Zestawienie wyników obliczeń funkcji pełzania

Loading diagram Schemat obciążenia	Time Czas	$\tau_o = 0$	$\tau_p = 0.1$	$\tau_r = 0.4$	$\tau_k = 1$
S1	$\kappa(\tau) \times 10^{-6}$ 1/m	250	281.8	331.8	363.6
	$\varphi(\tau)$	0	0.7	1.8	2.5
S2	$\kappa(\tau) \times 10^{-6}$ 1/m	250	281.8	331.8/362 ^{*)}	396.7
	$\varphi(\tau)$	0	0.7	1.8	2.5

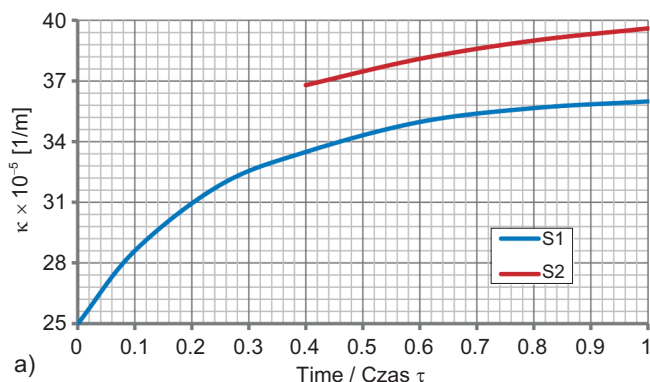
^{*)} step change load / skokowa zmiana obciążenia

W ramach badań rozpatrzono również przypadek, gdy w trakcie pomiarów występuje skokowy przyrost obciążenia, a więc następuje również gwałtowna zmiana momentu M . Tę sytuację zobrazowano na Rys. 3a w postaci schematu obciążenia S2. Na prezentowanym wykresie widoczny jest przyrost $\kappa(\varphi)$

Moreover, a case when an abrupt increase in load (and so an abrupt change in moment M) occurs during measurements was considered. This case is represented by loading diagram S2 in Fig. 3a. The graph shows an increase in $\kappa(\varphi)$ by $\Delta\kappa$ over time τ_r . In the time interval: $\tau_p < \tau < \tau_r$

o wartość $\Delta\kappa$ w czasie τ_r . W przedziale czasu $\tau_p < \tau < \tau_r$ funkcja pełzania, określana ze wzoru (17), przebiega zatem jak w schemacie obciążenia S1. W przypadku gdy $\tau > \tau_r$, zależność (14) podlega zmianie i przyjmuje postać zgodną ze wzorem:

$$\kappa_{rr} = \Delta\kappa + \kappa_r. \quad (18)$$



the creep function – determined from formula (17) – runs as for loading diagram S1. When $\tau > \tau_r$, relation (14) is subject to change and assumes the form consistent with the formula:

$$\kappa_{rr} = \Delta\kappa + \kappa_r. \quad (18)$$

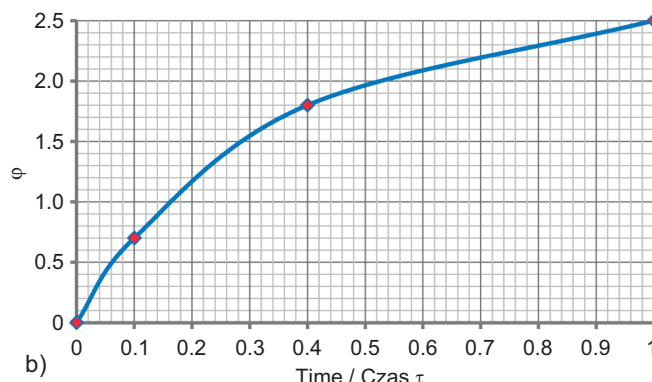


Fig. 3. Functions describing changes in deformation over time: a) changes in curvature, b) creep

Rys. 3. Funkcje określające zmiany deformacji w dziedzinie czasu: a) zmiana krzywizny, b) pełzanie

W danym momencie czasu $\tau = \tau_r$ otrzymuje się dwa równania. Na podstawie wzoru (17) uzyskuje się φ_r w oparciu o schemat S1, gdy $\kappa(\varphi) = \kappa_r$ ze wzoru:

$$\frac{\kappa_r - \kappa_o}{\kappa_o} = \varphi_r, \quad (19)$$

natomiast na podstawie (18), gdy rozpatruje się schemat obciążenia S2, uzyskuje się:

$$\frac{\kappa_{rr} - \kappa_{or}}{\kappa_o} = \varphi_r. \quad (20)$$

Z porównania wzorów (19) i (20) wynika, że:

$$\kappa_{or} = (\kappa_r + \Delta\kappa) \frac{\kappa_o}{\kappa_r}. \quad (21)$$

W rozpatrywanym czasie $\tau > \tau_r$ wykorzystuje się natomiast zależność:

$$\kappa(\tau) = \kappa_{or} \left(1 + \frac{\varphi}{c} \right), \quad (22)$$

a zatem ze wzoru (17) otrzymuje się równanie:

$$\frac{\kappa_{kr} - \kappa_{or}}{\kappa_{or}} = \varphi_k, \quad (23)$$

z którego wyznacza się φ_k jako wartość uzyskaną na zakończenie badań. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń i ich wyników możliwe jest więc uzyskanie jednakowych funkcji $\varphi(\tau)$ bez względu na rozpatrywany schemat obciążenia S1 czy S2. Wynika to z przyjętego założenia modelu reologicznego betonu [3, 6-8].

W przykładzie obliczeń opartym na schemacie S2 przyjęto dane ze schematu S1, stąd wyniki w zakresie $0 < \tau < \tau_r$ nie

At given instant $\tau = \tau_r$ two equations are obtained. From formula (17) one calculates φ_r on the basis of diagram S1, whereas when $\kappa(\varphi) = \kappa_r$, one calculates it from the formula:

$$\frac{\kappa_r - \kappa_o}{\kappa_o} = \varphi_r. \quad (19)$$

On the basis of (18), for loading diagram S2 one gets:

$$\frac{\kappa_{rr} - \kappa_{or}}{\kappa_o} = \varphi_r. \quad (20)$$

A comparison of formulas (19) and (20) shows that:

$$\kappa_{or} = (\kappa_r + \Delta\kappa) \frac{\kappa_o}{\kappa_r}. \quad (21)$$

For the considered time $\tau > \tau_r$ one uses the relation:

$$\kappa(\tau) = \kappa_{or} \left(1 + \frac{\varphi}{c} \right), \quad (22)$$

and so from formula (17) one gets the equation:

$$\frac{\kappa_{kr} - \kappa_{or}}{\kappa_{or}} = \varphi_k, \quad (23)$$

from which one calculates φ_k as the value obtained at the end of the measurements. This means that regardless of whether loading diagram S1 or S2 is considered, identical functions $\varphi(\tau)$ can be obtained on the basis of the above calculations and their results. This follows from the rheological concrete model assumption [3, 6-8].

Since the loading diagram S1 data were used in the calculation example based on loading diagram S2, the results in

podlegają zmianie. Po zmianie krzywizny w czasie τ_r o wartość $\Delta\kappa = 30,2 \cdot 10^{-4}$ 1/m, zgodnie ze wzorem (21), obliczenia realizowane są według wzoru (15). Z równania (21), po podstawieniu danych, otrzymuje się zatem zmianę krzywizny w czasie początkowym τ_o :

$$\kappa_{or} = (331,8 + 33,2) \cdot \frac{250}{331,8} = 272,75 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m}, \quad (24)$$

natomiast bezpośrednio ze wzoru (22) otrzymuje się wartość:

$$\kappa_{kr} = 272,75 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{5,5}\right) = 396,7 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m}. \quad (25)$$

4. UDZIAŁ SKURCZU BETONU W ZMIANIE KRZYWIZNY

Skurcz betonu w płycie pomostowej występuje łącznie z pełzaniem. Udział skurczu betonu w obserwowanej zmianie krzywizny jest na początku niewielki z uwagi na małe wartości $\varepsilon_{sk}(\tau)$, ale z czasem staje się znaczący. Z zależności statycznej zobrazowanej na Rys. 2 uzyskujemy wzór na moment w stalowej belce [9], powstały z udziałem skurczu:

$$M_b(\varepsilon_{sk}) = A_b \cdot a_d \frac{I_b}{I(\varphi)} E_b \cdot \varepsilon_{sk}. \quad (26)$$

Wykorzystując wzór (4) otrzymuje się natomiast zależność na zmianę krzywizny:

$$\kappa(\varepsilon_{sk}) = \frac{M_b(\varepsilon_{sk})}{EI_b} = \frac{A_b \cdot a_d}{I(\varphi)} \varepsilon_{sk}. \quad (27)$$

Po uwzględnieniu zależności geometrycznych podanych we wzorze (3) powstaje równanie ogólne:

$$\kappa(\varepsilon_{sk}) = \frac{A_b}{I_b} a_d(\varphi) \cdot \mu(\varphi) \cdot \varepsilon_{sk}, \quad (28)$$

w którym zmiana krzywizny jest proporcjonalna do oddziaływania skurczu. We wzorze (28) występują funkcje zależące od czasu: $\varphi(\tau)$ oraz $\varepsilon_{sk}(\tau)$, powiązane ze stałymi parametrami geometrycznymi stalowej belki z udziałem pełzania betonu w płycie pomostowej.

Gdy we wzorze (28) uwzględnimy podstawowe parametry geometrii przekroju poprzecznego dźwigara zespolonego, uzyskuje się zależność:

$$\kappa(\varepsilon_{sk}) = \frac{a \cdot A_b}{I_b} \frac{A_p}{n(\varphi) \cdot A_b + A_p} G \left(1 + \frac{\varphi}{c}\right) \cdot \varepsilon_{sk}. \quad (29)$$

W przypadku obiektu A, w końcowej fazie obserwacji efektu skurczu, gdy $\varphi = 3$, na podstawie wzoru (27) otrzymuje się wartość zmiany krzywizny:

$$\kappa(\varepsilon_{sk}) = 2,648 \cdot 0,675 \cdot 0,507 \cdot \varepsilon_{sk}. \quad (30)$$

Efekt skurczu jest znaczący wówczas, gdy przyjmie się jego wartości normowe [11, 12]. Po odniesieniu tego wyniku do rozpatrywanego wcześniej skutku zginania z naprężeniem $\sigma_d(M)$ uzyskuje się wzór:

the range $0 < \tau < \tau_r$ do not change. After the curvature changes over time τ_r by $\Delta\kappa = 30,2 \cdot 10^{-4}$ 1/m (according to formula (21)) the calculations are done in accordance with formula (15). Consequently, from equation (21) (after the data are substituted) one gets the change in curvature at initial instant τ_o :

$$\kappa_{or} = (331,8 + 33,2) \cdot \frac{250}{331,8} = 272,75 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m}, \quad (24)$$

while directly from formula (22) one gets:

$$\kappa_{kr} = 272,75 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{5,5}\right) = 396,7 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m}. \quad (25)$$

4. CONCRETE SHRINKAGE CONTRIBUTION TO CURVATURE CHANGE

In the deck slab concrete, shrinkage occurs jointly with creep. The concrete shrinkage contribution to the observed change in curvature is initially small due to the low values of $\varepsilon_{sk}(\tau)$, but over time it becomes significant. From the static relationship illustrated in Fig. 2 one derives the following formula for the moment in the steel beam, to which shrinkage contributed:

$$M_b(\varepsilon_{sk}) = A_b \cdot a_d \frac{I_b}{I(\varphi)} E_b \cdot \varepsilon_{sk}. \quad (26)$$

From formula (4) one derives the following relation for curvature change:

$$\kappa(\varepsilon_{sk}) = \frac{M_b(\varepsilon_{sk})}{EI_b} = \frac{A_b \cdot a_d}{I(\varphi)} \varepsilon_{sk}. \quad (27)$$

When the geometrical relationships given in formula (3) are taken into account, one gets the following general equation:

$$\kappa(\varepsilon_{sk}) = \frac{A_b}{I_b} a_d(\varphi) \cdot \mu(\varphi) \cdot \varepsilon_{sk}, \quad (28)$$

in which the change in curvature is proportional to the contribution of shrinkage. In formula (28) there are time-dependent functions: $\varphi(\tau)$ and $\varepsilon_{sk}(\tau)$ connected with the constant geometrical parameters of the steel beam and the contribution of deck slab concrete creep.

When the basic parameters of the cross section of the composite girder are taken into account in formula (28), one gets the following relation:

$$\kappa(\varepsilon_{sk}) = \frac{a \cdot A_b}{I_b} \frac{A_p}{n(\varphi) \cdot A_b + A_p} G \left(1 + \frac{\varphi}{c}\right) \cdot \varepsilon_{sk}. \quad (29)$$

In the case of bridge A, in the final phase of shrinkage effect observation (when $\varphi = 3$) from formula (27) one gets the following curvature change value:

$$\kappa(\varepsilon_{sk}) = 2,648 \cdot 0,675 \cdot 0,507 \cdot \varepsilon_{sk}. \quad (30)$$

$$\kappa(M) = \frac{\sigma_d(M)}{E_b \cdot (v_d + a_d)}. \quad (31)$$

Można na tej podstawie oszacować zmianę krzywizny – na przykład przyjmując $\sigma_d(M)/E_b = 50 \cdot 10^{-5}$, a odległość $v_d + a_d \approx 0,5$ m. Udział skurczu z pełzaniem betonu w naprężeniach jest znacznie mniejszy. Przykładowo w obiekcie D określono go na poziomie $\sigma_d(\varepsilon_{sk})/E_b = 3,46 \cdot 10^{-5}$.

W przęsłach zespolonych przyrost krzywizny wynikający ze skurczu betonu jest sumowany z efektem pochodzącym od obciążeń stałych z udziałem pełzania. Ze wzoru (26) wynika, że jest on proporcjonalny do zmiany krzywizny. W rozseparowaniu obydwu efektów w funkcjach $\varphi(\tau)$ oraz $\varepsilon_{sk}(\tau)$ w ujęciu algorytmu stosowanego w niniejszej pracy mogą być pomocne wartości normowe [11, 12]. Należy brać pod uwagę różnice w zmianach obydwu funkcji w czasie – skurcz przebiega szybciej, a efekt pełzania jest długotrwały. Wobec tego gdy pomiar referencyjny jest odległy od momentu wykonania płyty pomostowej, udział skurczu w ugięciu jest mały.

W układach statycznie niewyznaczalnych efekt skurczu jest wyraźnie zredukowany przez powstanie sił wzbudzonych [8]. W tym przypadku moment zginający powoduje redukcję krzywizny powstałej w wyniku obciążenia stałego.

5. PEŁZANIE W PRZĘSŁACH Z BELEK PREFABRYKOWANYCH

W przypadku mostów budowanych z belek prefabrykowanych powstaje układ zespolony przedstawiony na Rys. 4, analogiczny do przekroju poprzecznego z zastosowaniem belki stalowej (Rys. 2). Z układu elementów składowych przekroju poprzecznego wynika, że belka prefabrykowana podlega również pełzaniu $\varphi_b(\tau)$ o innym przebiegu w czasie niż $\varphi_p(\tau)$, a zatem wartość $n(\varphi)$ z (6) jest wyliczona w tym przypadku ze wzoru [9]:

$$n(\varphi) = \frac{E_b}{E_p} \frac{1 + \varphi_p}{1 + \varphi_b}. \quad (32)$$

Z porównania wzorów (6) i (32) uzyskuje się ogólną wartość:

$$\varphi = \frac{\varphi_p - \varphi_b}{1 + \varphi_b}. \quad (33)$$

Istnieje zatem możliwość korzystania ze wzoru (33) w celu określenia $\varphi(\tau)$ w przypadku przęsł z belek prefabrykowanych w ramach algorytmu stosowanego w mostach stalowych.

W Tabl. 3 zestawiono parametry geometryczne często stosowanych przęsł z belek prefabrykowanych. W tym przypadku przyjęto jednolitą wartość $n = E_b/E_p = 1,2$. Przykład przęsła mostu E to typowy układ z belek WBS (Rys. 4). Przęsło F powstało z ułożenia obok siebie belek typu Mosty Łódź, natomiast w układzie H występują belki Płońsk (stary

The effect of shrinkage is significant when the latter's standard values are assumed [11, 12]. Relating this result to the previously considered effect of bending with stress $\sigma_d(M)$ one gets the formula:

$$\kappa(M) = \frac{\sigma_d(M)}{E_b \cdot (v_d + a_d)}. \quad (31)$$

On this basis one can estimate the change in curvature, assuming, e.g., $\sigma_d(M)/E_b = 50 \cdot 10^{-5}$ and distance $v_d + a_d \approx 0.5$ m. The share of concrete shrinkage with creep in the stress is considerably smaller. For example, in bridge D it was found to amount to $\sigma_d(\varepsilon_{sk})/E_b = 3.46 \cdot 10^{-5}$.

In composite spans the increment in curvature due to concrete shrinkage and the effect stemming from static loads and creep add up. It follows from formula (26) that the latter effect proportionally contributes to the change in curvature. The standard values [11, 12] can be helpful in separating the two effects in functions $\varphi(\tau)$ and $\varepsilon_{sk}(\tau)$ in the algorithm used in this paper. One should take into account the differences between the changes in the two functions over time – shrinkage proceeds at a quicker rate, while creep has a long-term effect. Therefore when the reference measurement is distant from the time when the deck slab was made, the contribution of shrinkage to the deflection is small.

In statically indeterminant systems the shrinkage effect is markedly reduced by the generated forces [8]. In this case, the bending moment causes a reduction in the curvature induced by the permanent load.

5. CREEP IN SPANS MADE OF PRECAST BEAMS

When bridges are built of precast beams, a composite system (Fig. 4) analogous to the cross section incorporating a steel beam (Fig. 2) is created. It follows from the configuration of the cross section's components that the precast beam is also subject to creep $\varphi_b(\tau)$ whose course over time differs from that of $\varphi_p(\tau)$, and so $n(\varphi)$ in formula (6) is calculated in this case from formula [9]:

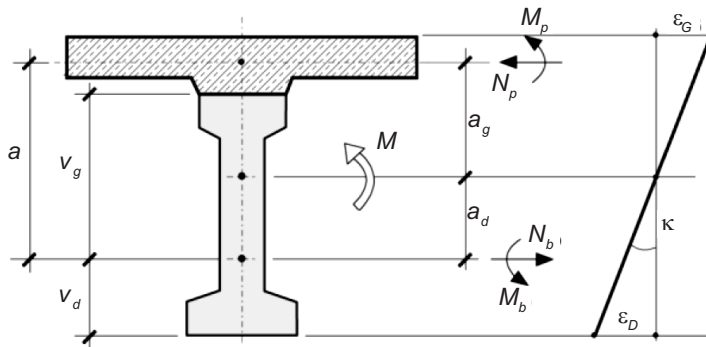
$$n(\varphi) = \frac{E_b}{E_p} \frac{1 + \varphi_p}{1 + \varphi_b}. \quad (32)$$

By comparing formulas (6) and (32) one gets the general value:

$$\varphi = \frac{\varphi_p - \varphi_b}{1 + \varphi_b}. \quad (33)$$

This means that within the framework of the algorithm applicable to steel bridges it is possible to use formula (33) to determine $\varphi(\tau)$ in the case of precast beams.

typ) z dodaniem płyty betonowej. Przykład obiektu J dotyczy przęseł płytowych z zastosowaniem prefabrykatów typu Kujan.



The geometrical parameters of commonly used spans made of precast beams are presented in Table 3. In this case, $n = E_b/E_p = 1.2$ was uniformly assumed. Exemplary bridge span E is a typical system made of M-beams (Fig. 4). Span F was created by laying Mosty Łódź beams side by side, while in system H there are Płońsk beams (the old type) with a concrete slab added. Exemplary span J represents slab bridge spans made of Kujan precast elements.

Fig. 4. Deformations and component forces in case of cross section of girder made of precast elements
Rys. 4. Odkształcenia i siły składowe w przypadku przekroju dźwigara utworzonego z prefabrykatu

Table 3. Geometrical characteristics of girders made of precast concrete units
Tablica 3. Charakterystyka geometryczna dźwigarów wykonanych z prefabrykatów betonowych

Parameters Parametry	Analysed bridge span / Analizowane przęsło mostu			
	E	F	H	J
A_b [m ²]	0.2620	0.3909	0.1075	0.1075
I_b [m ⁴]	0.029276	0.041802	0.002467	0.002467
A_p [m ²]	0.3150	0.2226	0.1930	0.1930
I_p [m ⁴]	0.001158	0.00116	0.002014	0.002014
a [m]	0.6706	0.5980	0.1923	0.1923
G	0.3282	0.4763	0.7193	0.3779
c	3.7	4.2	8.9	3.7
G/c	0.0887	0.1134	0.0808	0.1021

Porównując zamieszczone w Tabl. 1 i 3 parametry G i c , dostrzec można znaczne różnice między wartościami dla dźwigarów zespolonych oraz wykonanych z prefabrykatów betonowych. W przypadku dźwigarów wykonanych z prefabrykatów betonowych wartości μ są znacznie mniejsze niż uzyskane w dźwigarach zespolonych z belek stalowych. Z porównania parametru c odpowiednio z Tabl. 1 i 3 widać, że wartości dla przęseł z belek prefabrykowanych są znacznie większe.

Beton w belce prefabrykowanej jest wytworzony wcześniej niż w płycie. W tym przypadku konieczne jest więc uwzględnienie momentu rozpoczęcia pełzania w prefabrykacie jako czasu τ_m , a więc okresu poprzedzającego jego zespolenie z płytą. Wobec tego zgodnie ze wzorem (25) uzyskuje się przebieg procesu pełzania w płycie opisany jako $\varphi_p(\tau)$, natomiast w belce wytworzonej wcześniej – jako $\varphi_b(\tau + \tau_m)$. Przy tym pełzanie prefabrykatu jest już zredukowane o wartość $\varphi_b(\tau_m)$. Z powyższego powodu proces reologiczny w belce przebiega łagodniej, a wpływ pełzania jest mniejszy niż w płycie. Zagadnienie omawiane powyżej jest bardziej

A comparison of the parameters G and c contained in Tables 1 and 3 shows considerable differences between their values for respectively the composite girders and the girders made of precast concrete units. In the latter case, the values of μ are considerably lower than the ones for the composite girders made of steel beams. A comparison of parameter c contained in respectively Table 1 and Table 3 shows that its values for the spans made of precast beams are considerably higher.

The concrete in a precast beam is made earlier than the concrete in a slab. Therefore it is necessary to take into account the moment when creep starts in the precast member, as time τ_m , i.e. the period preceding the integration of the precast member with the slab. Hence, consistently with formula (25) the creep process in the slab is described as $\varphi_p(\tau)$, whereas in the case of the earlier made beam it is described by $\varphi_b(\tau + \tau_m)$. Moreover, the creep of the precast member is already reduced by the value of $\varphi_b(\tau_m)$. For this reason the rheological process in the beam is

złożone [3, 8, 10-14], a podane rozwiązanie jest z punktu widzenia inżynierskiego uproszczone.

W mostach z belek prefabrykowanych problem pełzania jest bardziej złożony z uwagi na procesy reologiczne występujące w prefabrykacjach. Zakłada się, że skurcz w podstawowym zakresie przebiega w procesie wytwórczym i w fazie montażowej oraz na placu budowy przed zespoleniem z płytą pomostową. Również redukcja siły sprężającej w belce może być w dużej mierze procesem ustabilizowanym. Istotne znaczenie ma czas pomiędzy wytworzeniem prefabrykatu a połączeniem z płytą pomostową w moście. Wspólnym efektem w obydwu przypadkach jest udział obciążeń stałych wynikających z wyposażenia mostu. W omawianej pracy jest on rozpatrywany jako skokowa zmiana krzywizny (efekt skupiony) w schemacie obciążenia S2.

Na przebieg funkcji $\varphi(\tau)$ wyznaczanej na podstawie zmiany krzywizny $\kappa(\tau)$ ma wpływ wiele czynników omawianych w [2, 10-12]. W przypadku mostów aktualnie użytkowanych istotne znaczenie z punktu widzenia bezpieczeństwa ma technologia ich budowy [15], system podparcia montażowego, schemat statyczny przęsła w fazie eksploatacyjnej, a także efekty wielokrotnego obciążenia użytkowego [16]. Na podstawie wyników badań tych właśnie czynników określa się funkcję deformacji.

6. FUNKCJA DEFORMACJI DŹWIGARA ZESPOLONEGO

W ogólnym przypadku na zmianę $\kappa(\varphi)$ oszacowaną w wyniku pomiarów $\varepsilon(t)$ ma wpływ moment rozpoczęcia badań, czyli czas t_p . Z tego też powodu uzyskuje się zmodyfikowany kształt funkcji pełzania $\varphi(\tau)$ wyznaczanej wcześniej. W praktyce badania rozpoczyna się w bliżej nieokreślonym czasie t_p , a więc bez możliwości szacowania t_o , gdy $\varphi(\tau)=0$, jak na Rys. 3. Zatem zamiast określania funkcji pełzania $\varphi(\tau)$ wyznacza się funkcję deformacji $\varphi(t)$. W tym przypadku równanie (16) przyjmuje postać:

$$\kappa(\varphi) = \kappa_p \left(1 + \frac{\varphi}{c} \right). \quad (34)$$

Z porównania wzorów (16) i (34) oraz z zależności (12) wynika, że funkcje $\varphi(\tau)$ i $\varphi(t)$ różnią się. Jest to widoczne w wynikach obliczeń funkcji deformacji podanych w Tabl. 4, uzyskanych w schemacie S3 i przedstawionych na Rys. 5. W tym przykładzie obliczeniowym przyjęto dane $\kappa(t)$ ze schematu S1. Założono rozpoczęcie obserwacji pełzania od czasu t_p , a więc funkcja czasu (Rys. 3) została przesunięta o stałą wartość $t_p - t_o = 0,1$. Stąd $\varphi(t_p) = 0$, a pozostałe przedziały czasu nie podlegały zmianie. W Tabl. 2 i 4 charakterystyczne chwile czasu oznaczono indeksami: „o” – rozpoczęcie procesu pełza-

milder and the effect of creep is weaker than in the slab. From the engineering point of view the proposed solution is simplified as the problem considered above is more complicated [3, 8, 10-14].

In bridges built of precast beams the creep problem is more complex due to the rheological processes which occur in precast elements. It is assumed that shrinkage takes place mostly during prefabrication and assembly and on the building site prior to integration with the deck slab. Moreover, the reduction of the prestress force in the beam can be to a large extent a stable process. Of major significance is the time elapsing between prefabrication and integration with the deck slab in the bridge. However, the problem of the permanent loads stemming from the bridge's secondary components is relevant in both cases. In this paper this problem is considered as an abrupt change in the curvature (a concentrated effect) under loading diagram S2.

Many of the factors discussed in [2, 10-12] have a bearing on the path of function $\varphi(\tau)$ determined on the basis of curvature change $\kappa(\tau)$. For bridges being in service the following factors are of major relevance: the construction method [15], the assembly support system, the in-service static load diagram of the span and also the effects of repeated operational load cycles [16]. The deformation function is determined taking into account the above factors.

6. COMPOSITE GIRDER DEFORMATION FUNCTION

In a general case, the time of starting the measurements, i.e. time t_p , has a bearing on change $\kappa(\varphi)$ estimated through measurements of $\varepsilon(t)$. Consequently, the shape of the earlier determined creep function $\varphi(\tau)$ undergoes modification. In practice, measurements begin at indefinite time t_p and so it is not possible to estimate time t_o when $\varphi(\tau)=0$, as in Fig. 3. Therefore instead of determining creep function $\varphi(\tau)$ one determines deformation function $\varphi(t)$. In this case, equation (16) assumes the form:

A comparison of formulas (16) and (34), and relation (12) indicate that functions $\varphi(\tau)$ and $\varphi(t)$ differ from each other. This is visible in the results of deformation function calculations for loading case S3, presented in Table 4 and in Fig. 5. In this calculation example the $\kappa(t)$ data from case S1 were adopted. Observations of creep were assumed to begin at time t_p , which means that the time function (Fig. 3) was shifted by the constant value of $t_p - t_o = 0.1$. Hence $\varphi(t_p) = 0$. The other time intervals remained

nia, „p” – pomiar początkowy, „r” – zmiana obciążenia, „k” – pomiar kończący badania. Oczywiście w praktyce do dokładnego ustalenia przebiegu wykresu $\kappa(t)$ stosuje się więcej pomiarów pośrednich w przedziale czasu $t_p < t < t_k$, a stąd powstaje funkcja $\varphi(t)$ o złożonym kształcie.

Table 4. Results of deformation function calculations
Tablica 4. Zestawienie wyników obliczeń funkcji deformacji

Loading diagram Schemat obciążenia	Time Czas	$t_p = 0$	$t_r = 0.3$	$t_k = 0.9$
S3	$\kappa(t) \cdot 10^{-4}$ 1/m	281.8	331.8	363.6
	$\varphi(\tau)$	0	0.976	1.596
S4	$\kappa(t) \cdot 10^{-4}$ 1/m	281.8	331.8/365 ^{*)}	400
	$\varphi(\tau)$	0	0.976	1.596

^{*)} step change load / skokowa zmiana obciążenia

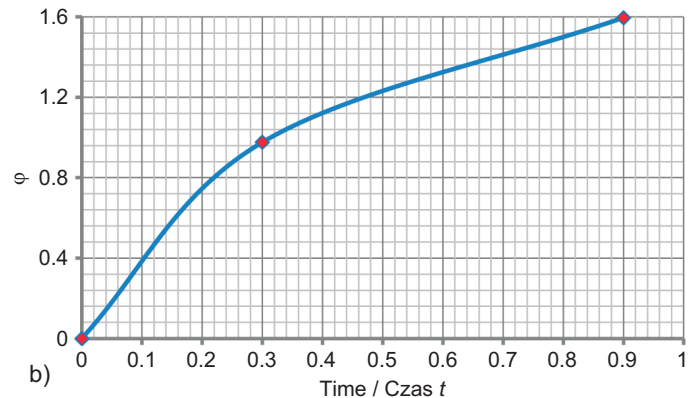
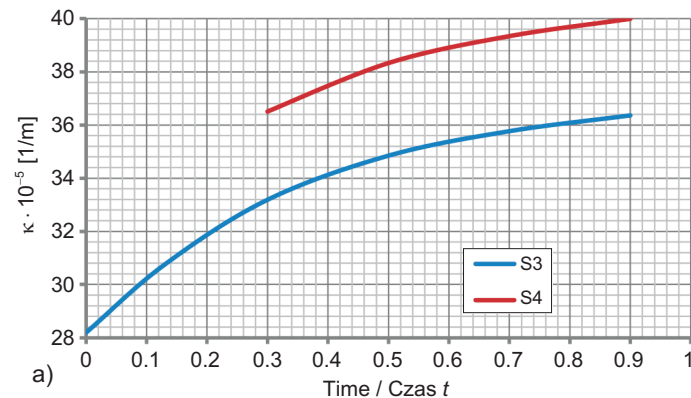


Fig. 5. Functions representing changes in deformation over time: a) change in curvature, b) creep
Rys. 5. Funkcje określające zmiany deformacji w dziedzinie czasu: a) zmiana krzywizny, b) pełzanie

Zgodnie z Rys. 3 funkcja $\varphi(\tau)$ dotyczy pełnego okresu pełzania z ewentualną prognozą stanu w okresie późniejszym. Gdy pomiary rozpoczynają się od dowolnego momentu t_p uzyskuje się funkcję $\varphi(t)$ odbiegającą od $\varphi(\tau)$. Istotne znaczenie ma więc położenie na osi czasu τ_p w odniesieniu do τ_o , przyjęte w schemacie S1. W przypadku próby odwzorowania funkcji $\varphi(\tau)$ przy zastosowaniu danych jak w schemacie S3, czyli $\kappa(t)$, niezbędne jest wyznaczenie wartości κ_o . Można do tego celu zastosować ekstrapolację funkcji $\kappa(\varphi)$ z wykorzystaniem wartości κ_p , κ_r i κ_k . Podstawowym problemem jest ustalenie relacji pomiędzy czasem t_p i τ_o . W praktycznych przypadkach nie jest możliwe wyznaczenie początku procesu pełzania, gdy $\varphi(\tau) = 0$, czyli określenie t_o .

W przypadku funkcji deformacji pokazanej na Rys. 5b określa jej początek $\varphi(t_p) = 0$. Gdy w trakcie pomiarów występuje przyrost obciążenia, a więc również zmiana momentu M , powstaje skokowy przyrost $\kappa(\varphi)$ w czasie t_r (Rys. 5a). Zatem

unchanged. In Tables 2 and 4 the characteristic instants are designated with subscripts: “o” – the beginning of creep, “p” – the initial measurement, “r” – the change of the load, “k” – the measurement ending the investigation. Obviously in practice in order to precisely determine the graph of $\kappa(t)$ more intermediate measurements are performed in the time interval $t_p < t < t_k$, whereby function $\varphi(t)$ with a complex shape is obtained.

According to Fig. 3, function $\varphi(\tau)$ applies to the full creep period with the possible prediction of the state in a later period. When the measurements begin at arbitrary instant t_p , the obtained function $\varphi(t)$ differs from $\varphi(\tau)$. This means that the position of τ_p (adopted in loading case S1) on the time axis relative to τ_o , is of major importance. When attempting to represent function $\varphi(\tau)$ using the S3 case data, i.e. $\kappa(t)$, one must determine the value of κ_o . For this purpose one can apply the extrapolation of function $\kappa(\varphi)$ using κ_p , κ_r and κ_k . The main difficulty is to determine the relationship between time t_p and τ_o . In practical cases when $\varphi(\tau) = 0$, it is not possible to determine the beginning of the creep process, i.e. t_o .

The deformation function shown in Fig. 5b is defined by its start $\varphi(t_p) = 0$. When during measurements an increase in load occurs (and so a change in moment M), $\kappa(\varphi)$ abruptly increases at time t_r (Fig. 5a). Therefore formulas

stosuje się wzory (16)-(25) ze zmianą indeksu „o” na „p”. Przykład wyników obliczeń dla tego przypadku podano w Tabl. 4 przy zastosowaniu schematu S4. Ze wzoru (24) otrzymuje się wówczas zmianę krzywizny odniesioną do czasu rozpoczęcia pomiarów:

$$\kappa_{pr} = (331,8 + 33,2) \cdot \frac{281,8}{331,8} = 310 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (35)$$

Natomiast ze wzoru (25) otrzymuje się wartość zmiany krzywizny kończąca badania:

$$\kappa_{kr} = 310 \cdot \left(1 + \frac{1,596}{5,5}\right) = 400 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (36)$$

W przypadku zastosowania do obliczeń schematu obciążeniowego S4 można przyjąć ogólną zależność momentu zginającego w stalowej belce od zmiany jej krzywizny, zgodnie z równaniem:

$$M_b(\varphi) = EI_b \left[\kappa_p \left(1 + \frac{\varphi}{c}\right) + (\kappa_{pr} - \kappa_p) \left(1 + \frac{\varphi_r}{c}\right) \right]. \quad (37)$$

Pierwsza część równania wynika ze wzoru (34). Druga część jest aktywna przy spełnieniu warunku $t > t_r$, ale gdy $\varphi_r = \varphi$. Równanie (37) przypomina ogólnie stosowaną zależność H. Trosta [1, 5, 8, 14] o postaci:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E} [\sigma_p (1 + \varphi_t) + (\sigma_k - \sigma_p) (1 + \rho \varphi_t)] + \varepsilon_{sk}. \quad (38)$$

W równaniu (37) występuje uwikłana zależność geometrii przekroju poprzecznego z pełzaniem $\varphi(t)$ w funkcji μ , natomiast wzór (38) dotyczy betonowego przekroju jednorodnego. Różnica pomiędzy tymi dwoma ujęciami polega na tym, że w równaniu (37) wykorzystuje się przekształcenie zmiany krzywizny na moment zginający, natomiast w równaniu (38) występuje przekształcenie odwrotne, czyli na podstawie naprężenia σ uzyskuje się odkształcenia ε . Efekt pełzania w ośrodku jednorodnym jest ujęty w funkcji pełzania φ , natomiast w układzie zespolonym jest on uwzględniony w uwikłanej postaci w funkcji μ , zgodnie ze wzorem (12). W ramach inżynierskiego podejścia do procesów reologicznych omawianych w [3], wykorzystuje się linearyzację dotyczącą równoległości krzywych pełzania, jak w rozwiązaniu przedstawionym przez K. Sattlera w [14].

W przedstawionym wcześniej algorytmie obliczeń funkcji pełzania betonu skorzystano ze zmiany krzywizny uzyskanej na podstawie wyników badań. Rozpatrywano wówczas tylko jeden wydzielony czynnik, czyli pełzanie (prosty przypadek wytrzymałościowy). W praktyce na rozkład odkształceń $\varepsilon(t)$ przedstawionych na Rys. 2 i 4 ma wpływ wiele innych czynników omawianych w [2, 6, 9, 11-13, 15], takich jak:

– występowanie skurczu betonu ε_{sk} z równoczesnym pełzaniem betonu, jak we wzorach (29), (38),

(16)-(25) with the subscript “o” changed to “p” are applied. The results of exemplary calculations for this case for loading diagram S4 are given in Table 4. Then from formula (24) one gets the change in curvature relative to the time of starting the measurements:

$$\kappa_{pr} = (331.8 + 33.2) \cdot \frac{281.8}{331.8} = 310 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (35)$$

From formula (25) one gets the measurement-end curvature change value:

$$\kappa_{kr} = 310 \cdot \left(1 + \frac{1.596}{5.5}\right) = 400 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (36)$$

If loading diagram S4 is used for the calculations, one can assume the general dependence of the bending moment in the steel beam on the change in the curvature of the latter, as expressed by the equation:

$$M_b(\varphi) = EI_b \left[\kappa_p \left(1 + \frac{\varphi}{c}\right) + (\kappa_{pr} - \kappa_p) \left(1 + \frac{\varphi_r}{c}\right) \right]. \quad (37)$$

The first part of the equation follows from formula (34). The second part is active if the condition $t > t_r$ is satisfied, but only when $\varphi_r = \varphi$. Equation (37) resembles the generally used H. Trost relation [1, 5, 8, 14] having the form:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E} [\sigma_p (1 + \varphi_t) + (\sigma_k - \sigma_p) (1 + \rho \varphi_t)] + \varepsilon_{sk}. \quad (38)$$

In equation (37) there is an implicit relationship between the cross-sectional geometry and creep $\varphi(t)$ as a function of μ , while formula (38) applies to a homogenous concrete cross section. The two formulations differ in this, that in equation (37) the change in curvature is transformed into a bending moment, whereas in equation (38) an inverse transformation is used, i.e., on the basis of stress σ one gets strain ε . The creep effect in a homogenous medium is encompassed by the creep φ function, while in a composite system it is implicitly taken into account in function μ , in accordance with formula (12). As part of the engineering approach to the rheological processes considered in [3], linearization applying to the parallelism of creep curves is employed, as in the solution presented by K. Sattler in [14].

Experimentally determined changes in curvature were used in the algorithm (presented earlier) for calculating the concrete creep function. Then only one isolated factor, i.e. creep (the basic strength case), was considered. In practice, the distribution of strains $\varepsilon(t)$ shown in Figs 2 and 4 depends also on many other factors discussed in [2, 6, 9, 11-13, 15], such as:

– the occurrence of concrete shrinkage ε_{sk} accompanied by concrete creep, as in formulas (29), (38),

- powstanie sił (momentów) wzbudzonych w złożonych układach statycznych [9],
- zmiany siły sprężającej w belce prefabrykowanej [10],
- zmiany modułu sprężystości betonu $E(t)$, omawiane w [3],
- zmiany temperatury, wilgotności itp.

W eksploatowanych obiektach z natury rzeczy efekty te są sumowane w funkcji $\kappa(t)$. Z zasady funkcja $\varphi(t)$ jest podobna do $\kappa(t)$. Są one w sposób naturalny ujęte we wzorze ogólnym (37). Gdy funkcja dotyczy wyłącznie pełzania, przyrost wartości $\varphi(t)$ stabilizuje się, gdy czas obserwacji zmierza do nieskończoności [13, 14]. W trakcie użytkowania może wystąpić również efekt o przebiegu skokowym, jak w punkcie t_p , co widoczne w Tabl.2. Jest to przykład zwiększenia obciążenia dodatkowego o cechach długotrwałych np. wykonanie nakładki nawierzchni drogowej, co uwzględniają schematy obciążeniowe S2 i S4. Gdy dominujące są oddziaływania klimatyczne, w cyklu rocznym występują wahania funkcji $\varphi(t) > 0$ oraz $\varphi(t) < 0$. Efekt ciągłej zmiany momentu $M(t)$ reprezentuje wprowadzony w równaniu (38) współczynnik relaksacji ρ .

7. PRZYKŁAD BADANIA EFEKTÓW REOLOGICZNYCH

Poniżej przedstawiono przykład zastosowania funkcji deformacji w moście zespolonym (Rys. 6). Układ konstrukcyjny mostu jest wieloprzęsłowy, ale z zastosowaniem uciąglenia pozornego [16]. W sensie statycznym jest więc możliwość traktowania każdego przęsła oddzielnie jako układu swobodnie podpartego. Parametry tego mostu o rozpiętości $L = 41$ m (oznaczonego jako C) zestawiono w Tabl. 1. W trakcie eksploatacji mostu powstało trwałe ugięcie $w(\varphi) = 100$ mm, co było powodem powstawania dodatkowych efektów dynamicznych, omawianych w [16]. W celu wyrównania niwelety jezdni zastosowano nakładkę z betonu. Zabieg ten spowodował dodatkowe ugięcie przęsła (Rys. 5), które traktuje się jako skokową zmianę krzywizny w czasie t_p .

- the generation of forces (moments) in static systems [9],
- changes in the prestress force in the precast beam [10],
- changes in the elasticity modulus $E(t)$ of the concrete, discussed in [3],
- changes in temperature, moisture content, etc.

In the case of bridges being in service these effects naturally add up in function $\kappa(t)$. As a rule, function $\varphi(t)$ is similar to $\kappa(t)$. The functions are encompassed by general formula (37). When the function applies only to creep, the increment in $\varphi(t)$ stabilizes when the observation time tends to infinity [13, 14]. In the course of service life an effect abrupt in nature (visible in Table 2) can occur, as in point t_p . This is an example when the additional long-term load is increased, for example, by adding a deck pavement overlay, which is covered by loading diagrams S2 and S4. When climatic impacts predominate, fluctuations of function $\varphi(t) > 0$ and $\varphi(t) < 0$ occur in the annual cycle. The effect of the continuous change in moment $M(t)$ is represented by relaxation coefficient ρ introduced into equation (38).

7. EXEMPLARY INVESTIGATION OF RHEOLOGICAL EFFECTS

An example of deformation function application to a composite bridge (Fig. 6) is provided below. The bridge is a semi-continuous multispan bridge [16]. Therefore in a structural analysis each of the spans can be separately considered as a simply supported system. The specifications of this bridge (designated as C) with span length $L = 41$ m are given in Table 1. In the course of the service life of the bridge permanent deflection $w(\varphi) = 100$ mm arose, resulting in the additional dynamic effects described in [16]. In order to level the road grade a concrete overlay was applied. This resulted in a further span deflection (Fig. 5) regarded as an abrupt change in the curvature at time t_p .

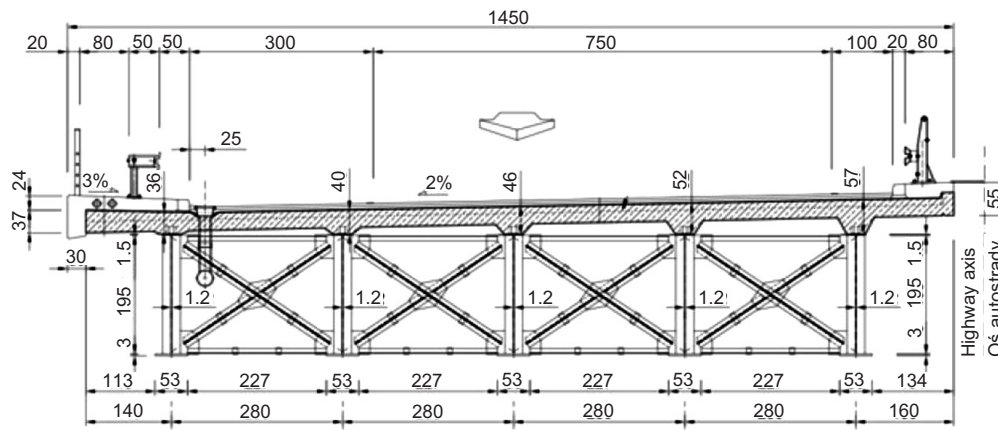


Fig. 6. Cross section of span of bridge C [16]; wymiary w [cm]
Rys. 6. Przekrój poprzeczny przęsła mostu C [16]; units [cm]

Gdy schemat statyczny jest belką swobodnie podpartą ze stałym obciążeniem równomiernie rozłożonym o intensywności q , uzyskuje się ugięcie w środku rozpiętości:

$$w(\varphi) = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L^4}{EI(\varphi)}. \quad (39)$$

Moment zginający w przekroju środkowym przęśla takiej belki wynosi:

$$M = \frac{q \cdot L^2}{8}, \quad (40)$$

co zgodnie ze wzorem (1) powoduje powstanie krzywizny opisanej równaniem:

$$\kappa(\varphi) = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot EI(\varphi)}. \quad (41)$$

Po porównaniu wzorów (39) i (41) uzyskuje się proporcjonalną zależność krzywizny od ugięcia, która ma postać:

$$w(\varphi) = \frac{5 \cdot L^2}{48} \kappa(\varphi) \quad (42)$$

i odwrotnie:

$$\kappa(\varphi) = \frac{48}{5 \cdot L^2} w(\varphi). \quad (43)$$

Przyjmując $w(\varphi) = 100$ mm jako wartość powstałą w czasie t_r , jak w Tabl. 4, otrzymuje się:

$$\kappa_r = \frac{48}{5 \cdot 41^2} 0,1 = 5,711 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (44)$$

Jeżeli zapoczątkowano pomiary ugięcia w czasie t_p , gdy ugięcie wynosiło 70 mm, uzyskuje się:

$$\kappa_p = \frac{48}{5 \cdot 42^2} 0,07 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (45)$$

Zatem funkcja deformacji przedstawiona na Rys. 5 z wartością $\varphi_p = 0$ w czasie t_p , zgodnie ze wzorem (17), (po zmianie indeksu z „o” na „p”) zostaje obliczona z równania:

$$\varphi_r = \frac{5,711 - 4,0}{4,0} 4,5 = 1,925. \quad (46)$$

W tym samym momencie po ułożeniu nakładki na płytę mostową wzrosła krzywizna o $\Delta\kappa = 0,5 \cdot 10^{-4}$ 1/m, a stąd wynika $\kappa_{rr} = 6,211 \cdot 10^{-4}$ 1/m. Ze wzoru (21) uzyskuje się:

$$\kappa_{pr} = 6,211 \frac{4,0}{5,711} = 4,35 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (47)$$

Jeżeli w rozpatrywanym czasie t_k wystąpi prognozowany przyrost pełzania do wartości $\varphi_k = 2,4$, ze wzoru (22) otrzymujemy:

$$\kappa_{kr} = \kappa_{pr} \left(1 + \frac{\varphi}{c}\right) = 4,35 \cdot \left(1 + \frac{2,4}{4,5}\right) = 6,67 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (48)$$

Z zależności (42) uzyskujemy ugięcie w czasie t_k o wartości:

$$w(\varphi) = \frac{5 \cdot 41^2}{48} 6,67 \cdot 10^{-4} = 0,117 \text{ m.} \quad (49)$$

When the structural system is a simply supported beam with a uniformly distributed permanent load with intensity q , the deflection occurs at midspan:

$$w(\varphi) = \frac{5}{384} \frac{q \cdot L^4}{EI(\varphi)}. \quad (39)$$

bending moment in the midsection of the span of such a beam amounts to:

$$M = \frac{q \cdot L^2}{8}, \quad (40)$$

which, according to formula (1), results in a curvature described by the equation:

$$\kappa(\varphi) = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot EI(\varphi)}. \quad (41)$$

Comparing formulas (39) and (41) one gets a proportional dependence of the curvature on the deflection, which has the form:

$$w(\varphi) = \frac{5 \cdot L^2}{48} \kappa(\varphi) \quad (42)$$

and inversely:

$$\kappa(\varphi) = \frac{48}{5 \cdot L^2} w(\varphi). \quad (43)$$

Assuming $w(\varphi) = 100$ mm as a value which arose at time t_r , as in Table 4, one gets:

$$\kappa_r = \frac{48}{5 \cdot 41^2} 0,1 = 5,711 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (44)$$

If deflection measurements started at time t_p when the deflection amounted to 70 mm, one gets:

$$\kappa_p = \frac{48}{5 \cdot 42^2} 0,07 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (45)$$

Therefore the deformation function shown in Fig. 5, according to formula (17) amounting to $\varphi_p = 0$ at time t_p , is calculated (after the subscript “o” is replaced with “p”) from the equation:

$$\varphi_r = \frac{5,711 - 4,0}{4,0} 4,5 = 1,925. \quad (46)$$

After the overlay was placed on the deck slab the curvature increased by $\Delta\kappa = 0,5 \cdot 10^{-4}$ 1/m. Hence $\kappa_{rr} = 6,211 \cdot 10^{-4}$ 1/m. From formula (21) one gets:

$$\kappa_{pr} = 6,211 \frac{4,0}{5,711} = 4,35 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (47)$$

If at the considered time t_k the predicted increase in creep up to $\varphi_k = 2,4$ occurs, from formula (22) one gets:

$$\kappa_{kr} = \kappa_{pr} \left(1 + \frac{\varphi}{c}\right) = 4,35 \cdot \left(1 + \frac{2,4}{4,5}\right) = 6,67 \cdot 10^{-4} \text{ 1/m.} \quad (48)$$

From formula (42) one gets a deflection at time t_k , amounting to:

$$w(\varphi) = \frac{5 \cdot 41^2}{48} 6,67 \cdot 10^{-4} = 0,117 \text{ m.} \quad (49)$$

Zatem przyrost ugięcia w czasie t_k , czyli od wykonania nakładki na płycie pomostowej do ponownego pomiaru, wynosi:

$$\Delta w = \frac{5 \cdot 41^2}{48} (6,67 - 6,211) \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 = 8,04 \text{ mm.} \quad (50)$$

8. ZMIANY UGIĘCIA PODCZAS EKSPLOATACJI OBIEKTU

O znaczącym wpływie pełzania betonu na postępującą deformację konstrukcji można się przekonać na podstawie zmiany niwelety jezdni mostu [4, 5, 16, 17], jak w przykładzie przedstawionym na Rys. 1. Z chwilą wystąpienia pierwszych oznak tego zjawiska rozpoczynają się pomiary niwelety jezdni realizowane z użyciem technik geodezyjnych. Taka metodyka pomiarowa jest szczególnie wskazana przy przęsłach betonowych, gdy techniki tensometryczne użyte w przypadku dźwigara zespolonego (Rys. 2) nie są skuteczne.

Odnosząc analizowany stan deformacji konstrukcji do rzędnych wysokościowych z pomiaru początkowego, uzyskuje się linię ugięcia wzdłuż osi przęsła $w(x, t)$, jak na Rys. 1. Przyjmując regularny układ punktów pomiarowych wzdłuż osi dźwigara głównego, oblicza się zmianę krzywizny w dowolnym jego punkcie i , gdy punkty sąsiednie oddalone są o wartość e , zgodnie ze wzorem różnicowym z pracy [5]:

$$\kappa(x_i, t_j) = \frac{1}{e^2} (w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}). \quad (51)$$

Z uwagi na małą dokładność pomiarów geodezyjnych niezbędne jest poprawienie (wygładzenie) wykresu funkcji $\kappa(x, t)$ otrzymanego bezpośrednio z wyników pomiarów. W pracy [5] zaproponowano algorytm powtórnego obliczania ugięcia z wykorzystaniem zależności Mohra, stosowanej w mechanice budowli do układów prętowych, o zmodyfikowanej postaci:

$$w_i = \int \kappa(x, t) M_i(x) dx. \quad (52)$$

Ze wzoru (52) obliczane jest powtórnie ugięcie punktu i przy użyciu funkcji śledzącej ugięcie M_i , utworzonej z momentów zginających powstałych od siły jednostkowej w punkcie i wyznaczonej w dogodnym schemacie statycznie wyznaczalnym, np. w przypadku belki swobodnie podpartej. Zatem po zastosowaniu sposobu kolejnych przybliżeń uzyskuje się stosunkowo gładką funkcję $\kappa(x, t)$, z której można korzystać przy kolejnych obliczeniach.

Z określonej na podstawie ugięcia zmiany krzywizny $\kappa(x, t)$ wyznaczana jest funkcja deformacji dźwigara głównego $\varphi(x, t)$ na jego długości, według algorytmu przedstawionego wcześniej. Przydane przy tym mogą być wyniki z monitoringu obiektów [4, 17]. W przypadku mostu przedstawionego na Rys. 1, gdy dominujące znaczenie ma obciążenie stałe, czyli ciężar własny konstrukcji z wyposażeniem, efekt pełzania jest

Thus the increment in deflection at time t_k , i.e. in the period from placing the overlay on the deck slab to taking the measurement again, amounts to:

$$\Delta w = \frac{5 \cdot 41^2}{48} (6.67 - 6.211) \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 = 8.04 \text{ mm.} \quad (50)$$

8. CHANGES IN DEFLECTION IN BRIDGE SERVICE LIFE

One can become convinced that concrete creep has a significant effect on the progressive deformation of the structure when one examines changes in the bridge deck gradeline [4, 5, 16, 17], as in the example shown in Fig. 1. When the first symptoms of this phenomenon occur, geodetic surveying of the bridge deck gradeline should begin. This measuring method is especially recommended for concrete spans when tensometric techniques applied to the composite girder (Fig. 2) turn out to be ineffective.

Comparing the analysed state of deformation of the structure with the elevations obtained from the initial measurements one gets a deflection line along the span axis $w(x, t)$ as in Fig. 1. Assuming a regular arrangement of measuring points along the main girder axis one calculates the change in curvature at any girder point i when neighbouring points are separated by the value of e , in accordance with the differential formula from [5]:

$$\kappa(x_i, t_j) = \frac{1}{e^2} (w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}). \quad (51)$$

Because of the low accuracy of geodetic measurements it is necessary to correct (smooth) the function $\kappa(x, t)$ graph based on the measurement results. An algorithm for recalculating the deflection using the Mohr relation applied to strut-and-tie systems in structural mechanics, in the modified form is proposed in paper [5]:

$$w_i = \int \kappa(x, t) M_i(x) dx. \quad (52)$$

Using formula (52) one recalculates the deflection of point i using a deflection M_i monitoring function based on bending moments induced by a unit force in point i , determined in any convenient statically determinate system, e.g. a simply supported beam. Consequently, applying the method of successive approximation one obtains a relatively smooth function $\kappa(x, t)$ which can be used in the next calculations.

From the curvature change $\kappa(x, t)$ calculated from the deflection one determines deformation function $\varphi(x, t)$ of the girder along its length using the algorithm presented earlier. Helpful here can be the results of the monitoring of bridges [4, 17]. In the case of the bridge shown in Fig. 1, where the permanent load (i.e. the dead load of the bridge with its secondary components) is the dominant factor, the

uwikłany z momentami wzbudzonymi wynikającymi ze schematu statycznego, jak również z technologii budowy [15].

Z analiz przeprowadzonych w ramach niniejszej pracy wynika, że czas pomiarów określający funkcję φ nie jest parametrem podstawowym. Jest on wykorzystany jedynie do tworzenia wykresu $\varphi(t)$, co pokazano na Rys. 3 i 5. Funkcje $\kappa(t)$ i $\varphi(t)$ są podobne, stąd parametr czasu jest istotny wyłącznie przy odwzorowaniu zmian tych funkcji w formie wykresu. Sytuację taką odzwierciedla Rys. 7.

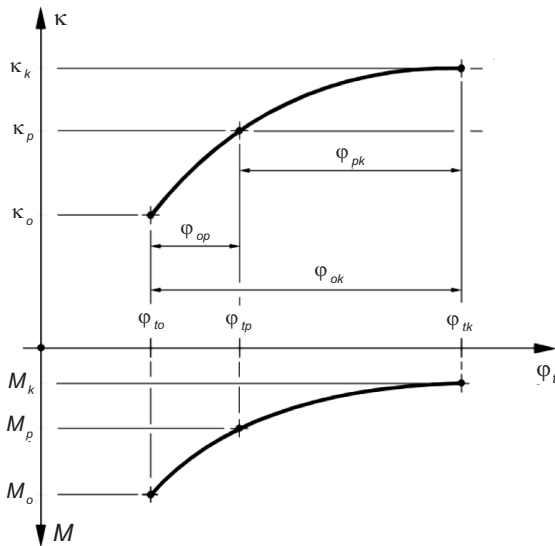


Fig. 7. Changes in bending moments and in curvature versus function $\varphi(t)$

Rys. 7. Zmiany momentów zginających i krzywizny w funkcji $\varphi(t)$

W ogólności wyznaczanie funkcji deformacji $\varphi(t)$ może być stosowane również w przypadku zmiany momentów zginających $M(t)$. W analizowanym przedziale czasu $t_p - t_k$ otrzymuje się zmianę pełzania (Rys. 7) z zależności:

$$\varphi_{pk} = c \frac{M_o}{\kappa_o} \left(\frac{\kappa_k}{M_k} - \frac{\kappa_p}{M_p} \right). \quad (53)$$

Rozpatrywany przypadek można odnieść do sytuacji pełzania z wystąpieniem momentów wzbudzonych. Mogą one powstawać w układach statycznie niewyznaczalnych jako wynik skurczu betonu czy też strat sprężenia w mostach z belek prefabrykowanych. Zmiana siły sprężającej powoduje redukcję M również w układach izostatycznych. Ponieważ podstawą określenia φ_{pk} jest zmiana krzywizny w okresach pomiarowych t_p i t_k , nie można ustalić udziału momentu wzbudzonego w funkcji pełzania $\varphi(\tau)$. Jest to przypadek powolnej zmiany krzywizny, inny niż w rozpatrywanych wcześniej schematach S2 i S4. W rozwiązaniu proponowanym przez H. Trosta w takiej sytuacji stosuje się współczynnik relaksacji ρ , podobnie jak w równaniu (38). Jest to najczęściej spotykana sytuacja

creep effect is implicit in the induced moments stemming from the structural arrangement as well as from the construction method [15].

It appears from the analyses carried out in this study that measurement time period determining the φ function is not a basic parameter. It is merely used to plot the graph of $\varphi(t)$, as shown in Figs 3 and 5. Since functions $\kappa(t)$ and $\varphi(t)$ are similar, the time parameter is essential only when representing changes in these functions in the form of graphs. This situation is reflected in Fig. 7.

In general, deformation function $\varphi(t)$ determination can be employed also in the case of a change in bending moments $M(t)$. In the analysed time interval $t_p - t_k$ the change in creep (Fig. 7) is obtained from the relation:

$$\varphi_{pk} = c \frac{M_o}{\kappa_o} \left(\frac{\kappa_k}{M_k} - \frac{\kappa_p}{M_p} \right). \quad (53)$$

The considered case can be related to the situation of creep accompanied by induced moments. The latter can arise in statically indeterminate systems as a result of concrete creep or losses of prestress in bridges built of precast beams. A change in the prestress force causes a reduction in M also in isostatic systems. Since the change in curvature in measurement periods t_p and t_k , is the basis for determining φ_{pk} , the induced moment share in creep function $\varphi(\tau)$ cannot be determined. This is a case of a slow change in curvature, which differs from the changes under loading schemes S2 and S4. In the solution proposed by H. Trost, relaxation coefficient ρ is used in such a case (similarly as in equation (38)). This is the most commonly occurring situation when measurements are performed on bridges being in service, where static loads prevail [15].

9. CHANGES IN FLEXIBILITY OF COMPOSITE BRIDGES

In monograph [18] bridge structure stiffness was assumed as a characteristic parameter of transport infrastructure facilities. The value of this parameter was calculated from the formula:

$$k = \frac{P}{w} = \frac{1}{\eta} \text{ [kN/mm]}, \quad (54)$$

where w [mm] is the largest bridge deflection induced by point load P [kN]. In [18] parameter k values were related to various bridge structures and static load diagrams. On this basis also the dynamic flexibility of the bridges was determined. Thus parameter k is a characteristic quantity in the case of momentary (short-term) loads.

w przypadku pomiarów na eksploatowanych obiektach, gdzie występują głównie obciążenia stałe [15].

9. ZMIANY PODATNOŚCI MOSTÓW ZESPOLONYCH

W monografii [18] przyjęto sztywność konstrukcji mostu jako parametr charakterystyczny obiektów komunikacyjnych. Wartość tego parametru określano ze wzoru:

$$k = \frac{P}{w} = \frac{1}{\eta} \text{ [kN/mm]}, \quad (54)$$

gdzie: w [mm] jest największym ugięciem mostu wywołanym obciążeniem skupionym P [kN]. W [18] wartości parametru k zostały odniesione do różnych konstrukcji i schematów statycznych mostów. Na tej podstawie ustalono również podatność dynamiczną obiektów mostowych. Zatem parametr k jest wartością charakterystyczną w przypadku obciążeń doraźnych (krótkotrwałych).

Odwrotnością sztywności jest podatność konstrukcji. W rozpatrywanym w tej pracy zagadnieniu jako obciążenie stałe stosuje się siłę równomiernie rozłożoną o intensywności q [kN/m]. Podatność mostu przy przyjęciu ciężaru stałego (równomiernie rozłożonego na długości przęsła mostu) jest wyrażona jako proporcja ugięcia do obciążenia, zgodnie ze wzorem:

$$f = \frac{w}{q} = \Omega \text{ [m}^2/\text{kN]}. \quad (55)$$

Zatem Ω jest maksymalnym ugięciem powstałym od obciążenia równomiernie rozłożonego $q = 1$ i równocześnie jest doraźną podatnością mostu. Gdy η ze wzoru (54) jest maksymalną rzędną linii wpływu ugięcia, wówczas Ω jest polem powierzchni funkcji $\eta(x)$ na długości przęsła mostu L_o , według wzoru:

$$\Omega = \int_0^{L_o} \eta \, dx. \quad (56)$$

W przypadku schematu statycznego belki swobodnie podpartej o rozpiętości L otrzymuje się dla danych geometrycznych mostów zespolonych (Tabl. 1) wartości Ω wynikające z równania:

$$\Omega = \frac{5}{384} \frac{L^4}{EI_b} G. \quad (57)$$

Gdy rozpatruje się efekt długotrwałego obciążenia q , zgodnie ze wzorami (3) i (12) sztywność dźwigara zespolonego podlega redukcji do wartości:

$$EI(\varphi) = EI_b \cdot \frac{c}{G(c + \varphi)}. \quad (58)$$

Zatem podatność dźwigara głównego mostu podlega zmianie w czasie eksploatacji, zgodnie ze wzorem:

The inverse of a structure's stiffness is its flexibility. In the problem considered in this study a uniformly distributed force with intensity q [kN/m] is used as the permanent load. If a permanent load (uniformly distributed along the length of the bridge span) is assumed, the flexibility of a bridge is expressed as a ratio of the deflection to the load, according to the formula:

$$f = \frac{w}{q} = \Omega \text{ [m}^2/\text{kN]}. \quad (55)$$

Hence Ω is the maximum deflection which arose under uniformly distributed load $q = 1$ and at the same time it is the ultimate flexibility of the bridge. When η from formula (54) is the maximum ordinate of the deflection influence line, then Ω is the surface area of function $\eta(x)$ along length L_o of the bridge spans, according to the formula:

$$\Omega = \int_0^{L_o} \eta \, dx. \quad (56)$$

Using the geometrical parameters of the composite bridges (Table 1), for the static system of the simply supported beam with span L and one gets Ω values following from this equation:

$$\Omega = \frac{5}{384} \frac{L^4}{EI_b} G. \quad (57)$$

When the effect of long-term load q is considered, according to formulas (3) and (12) the stiffness of a composite girder is subject to reduction to:

$$EI(\varphi) = EI_b \cdot \frac{c}{G(c + \varphi)}. \quad (58)$$

The flexibility of the main girder of a bridge in the course of the latter's service life changes according to the formula:

$$f(\tau) = \Omega \frac{c + \varphi(\tau)}{c}. \quad (59)$$

Thus bridge flexibility $f(\tau)$ is a function of time (creep), unlike stiffness k which is a constant bridge parameter. It follows from the values of parameter c given in Table 1 and from the maximum creep function values that changes in the flexibility of composite bridges are considerably reduced in comparison with homogeneous bridges. The reduction in flexibility is smaller in the case of bridges built of precast beams, considering the lower values of φ following from formula (33).

10. SUMMARY AND CONCLUSIONS

Concrete creep function determination based on changes in the deformation of the main girder of a bridge, using the change in curvature at a few selected measuring instants in the service life of the bridge, was considered in this paper.

$$f(\tau) = \Omega \frac{c + \varphi(\tau)}{c}. \quad (59)$$

Podatność mostu $f(\tau)$ jest zatem funkcją czasu (pełzania), w odróżnieniu od sztywności k jako stałego parametru obiektu. Z wartości parametru c podanych w Tabl. 1 oraz maksymalnych wartości funkcji pełzania wynika, że zmiany podatności mostów zespolonych są znacznie zredukowane w odniesieniu do jednorodnych konstrukcji betonowych. Redukcja podatności jest mniejsza w przypadku mostów z belek prefabrykowanych, gdyż należy uwzględnić mniejsze wartości φ wynikające ze wzoru (33).

10. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy rozpatrzono określanie funkcji pełzania betonu na podstawie zmiany deformacji dźwigara głównego mostu z wykorzystaniem zmiany krzywizny w kilku wybranych momentach pomiarowych podczas eksploatacji mostu. Na przykładzie analizy przęseł zespolonych wskazano na uwikłany związek pełzania i parametrów geometrycznych przekroju poprzecznego dźwigara. Z tego powodu wprowadzono funkcję $\mu(\varphi)$, gdy w elementach jednorodnych (betonowych) występuje tylko pełzanie φ . Na podanych przykładach pokazano różnice funkcji μ w mostach stalowych i wykonanych z belek prefabrykowanych. Wykazano, że obydwa rodzaje konstrukcji można analizować z zastosowaniem jednolitego algorytmu, omówionego w niniejszym artykule. Jednak w drugim przypadku (mostów wykonanych z belek prefabrykowanych) na wynik obliczeń mają duży wpływ procesy reologiczne poprzedzające zespolenie prefabrykatu z płytą pomostową [3].

W pracy rozpatrywano dwie funkcje służące do analizy efektów reologicznych w zginanych elementach o złożonym przekroju poprzecznym traktowanych jako układ zespolony. Przedstawiono algorytm wyznaczania funkcji deformacji $\varphi(t)$ określonej na podstawie zmiany krzywizny w funkcji czasu $\kappa(t)$. Wyniki te odniesiono do sytuacji wyłącznego pełzania betonu i znanej funkcji $\varphi(\tau)$. Z analizy porównawczej wynika, że wyznaczanie funkcji pełzania $\varphi(\tau)$ na podstawie pomiaru ugięć obiektów mostowych jest utrudnione z uwagi na sumowanie się wielu czynników mających na nią wpływ. Znaczny wpływ na ugięcia może mieć zarówno schemat montażowy jak i inne zabiegi technologiczne czy skutki eksploatacyjne w postaci wielokrotnych obciążeń zmiennych. Ważnym udogodnieniem w odwzorowaniu funkcji deformacji $\varphi(t)$ jest jej duże podobieństwo do zmiany krzywizny $\kappa(t)$.

Do analizy funkcji deformacji wystarczająca jest geodezyjna technika pomiarów. Wskazano na możliwość wykorzystania wyników monitoringu mostu w przypadku obiektów wykazujących od początku eksploatacji znaczne ugięcia. Wyznaczona funkcja deformacji służy do prognozowania ugięć mostu

An analysis of composite spans indicated an implicit link between creep and the geometrical parameters of the girder's cross section. Therefore function $\mu(\varphi)$ was introduced for cases when only creep φ occurs in homogenous (concrete) members. The provided examples showed differences in function μ between steel bridges and bridges built of precast beams. It was demonstrated that the two types of structures can be analysed using the same algorithm (presented in this paper). However in the case of bridges built of precast beams, the rheological processes preceding the integration of the precast members with the deck slab strongly influence the result of the calculations [3].

Two functions for analysing rheological effects in flexural members with a composite cross section, treated as a composite system, were considered in this paper. An algorithm for determining deformation function $\varphi(t)$ on the basis of the change in curvature over time $\kappa(t)$ was presented. The measurement results were compared with the case with exclusively concrete creep and known function $\varphi(\tau)$. The comparative analysis shows that determining creep function $\varphi(\tau)$ on the basis of measurements of bridge deflections is made difficult due to the adding up of many factors having a bearing on this function. The erection scheme, construction operations and operational effects in the form of repeated variable loads can have a considerable effect on bridge deflections. Of major assistance in representing deformation function $\varphi(t)$ is its strong similarity to curvature change function $\kappa(t)$.

Geodetic measurements are sufficient for the analysis of the deformation function. It is possible to use bridge monitoring results in the case of bridges showing considerable deflections from the beginning of their service life. The determined deformation function is used to predict deflections of bridges in their further service life. The analyses presented in this paper were elaborated from the observations concerning prestressed monolithic concrete bridges, made in [17].

MAJOR NOTATIONS

- a – the distance between the centre of gravity of the beam and that of the deck slab,
- a_d and a_g – the distance between the beam and deck slab centres of gravity and the global centre of gravity of the girder,
- c – a geometrical coefficient of girder rheological changes,
- f – structure flexibility,

w trakcie dalszej eksploatacji. Analizy podane w pracy są rozwinięciem podanych w [17] uwag dotyczących betonowych mostów sprężonych o konstrukcji jednorodnej.

WAŻNIEJSZE OZNACZENIA

a – odległość środków ciężkości pomiędzy belką i płytą pomostową,
 a_d i a_g – odległości środków ciężkości belki i płyty pomostowej od globalnego środka ciężkości dźwigara,
 c – geometryczny współczynnik zmian reologicznych dźwigara,
 f – podatność konstrukcji,
 $f(t)$ – zmiana podatności w funkcji czasu,
 k – sztywność konstrukcji,
 $n(\varphi)$ – współczynnik reologicznych zmian cech betonu,
 t – czas jako dziedzina pomiarów deformacji konstrukcji,
 q – obciążenie równomiernie rozłożone na długości dźwigara,
 w – ugięcie belki,
 A_b i A_p – pola przekroju belki i płyty pomostowej,
 $A_{p\varphi}$ – sprowadzone (ekwiwalentne) pole przekroju płyty pomostowej,
 E_b i E_p – moduły Younga materiału belki i płyty pomostowej,
 EI_b – sztywność na zginanie belki,
 $EI(\varphi)$ – zmiana globalnej sztywności dźwigara w funkcji pełzania betonu,
 G – geometryczny wskaźnik przekroju poprzecznego dźwigara,
 I_b i I_p – momenty bezwładności belki i płyty pomostowej względem osi własnych,
 $I(\varphi)$ – zmiana globalnego momentu bezwładności dźwigara w funkcji pełzania betonu,
 L – rozpiętość dźwigara głównego,
 M – globalny moment zginający dźwigar,
 M_b – moment zginający belkę,
 ε – odkształcenie jednostkowe,
 ε_{sk} – odkształcenie wywołane skurczem betonu,
 φ – współczynnik pełzania betonu,
 $\mu(\varphi)$ – funkcja podziału momentów zginających i momentów bezwładności belki i dźwigara,
 κ – zmiana krzywizny belki wywołana zginaniem,

$f(t)$ – change in flexibility over time,
 k – structure stiffness,
 $n(\varphi)$ – a coefficient of rheological changes in concrete characteristics,
 t – time as the structure deformation measurement domain,
 q – load uniformly distributed along the length of the girder,
 w – beam deflection,
 A_b and A_p – the cross-sectional area of the beam and the deck slab, respectively,
 $A_{p\varphi}$ – normalized (equivalent) cross-sectional area of the deck slab,
 E_b and E_p – the E -modulus of the beam material and the deck slab material, respectively,
 EI_b – the bending stiffness of the beam,
 $EI(\varphi)$ – global girder stiffness as a function of concrete creep,
 G – a geometrical indicator of girder cross-sectional area,
 I_b and I_p – the moment of inertia of respectively the beam and the deck relative to their axes,
 $I(\varphi)$ – the global moment of inertia of the girder as a function of concrete creep,
 L – the span of the main girder,
 M – the global moment bending the girder,
 M_b – the beam bending moment,
 ε – the unit strain,
 ε_{sk} – the strain caused by concrete shrinkage,
 φ – a coefficient of concrete creep,
 $\mu(\varphi)$ – a distribution function for beam and girder bending moments and moments of inertia,
 κ – change in beam curvature induced by bending,
 $\kappa(\varphi)$ – curvature as a function of concrete creep,
 $\kappa(\tau)$ – curvature as a function of time,
 κ_o – changes in curvature at time τ_o or t_o ,
 σ_d – normal stress on the bottom edge of the beam,
 ρ – a coefficient of relaxation,
 τ – time as the structure deformation change domain.

- $\kappa(\varphi)$ – zmiany krzywizny w funkcji pełzania betonu,
 $\kappa(\tau)$ – zmiany krzywizny w funkcji czasu,
 κ_o – zmiany krzywizny w czasie τ_o lub t_o ,
 σ_d – naprężenie normalne na krawędzi dolnej belki,
 ρ – współczynnik relaksacji,
 τ – czas jako dziedzina zmian deformacji konstrukcji.

BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] *Furtak K.*: Mosty zespolone. PWN, Warszawa-Kraków, 1999
- [2] *Oleszek R.*: Ocena sposobów obliczeń redystrybucji sił wewnętrznych w obiektach mostowych w świetle zaleceń. *Drogownictwo*, **59**, 12, 2015, 396-404
- [3] *Biliszczuk J.*: Reologiczna redystrybucja stanu naprężenia w niejednorodnych, izostatycznych konstrukcjach betonowych. PWN, Warszawa-Łódź, 1982
- [4] *Takacs P.F.*: Deflections in Concrete Cantilever Bridges: Observation and Theoretical Modeling. Doctoral Thesis, The Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2002
- [5] *Pisarek B., Machelski C.*: Estimation of rheological effects in cantilever concrete bridges on the basis of a span's deflection line. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, **66**, 1, 2022, 228-234, DOI: 10.3311/PPci.18151
- [6] *Dziubiński M., Kiljański T., Sęk J.*: Podstawy teoretyczne i metody pomiarowe reologii. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2014
- [7] *Kuczma M.*: Podstawy mechaniki konstrukcji z pamięcią kształtu. Modelowanie i numeryka. Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra, 2010
- [8] *Brunarski L.*: Podstawy reologii konstrukcji z betonu. Instytut Techniki Budowlanej, Warszawa, 2019
- [9] *Machelski C.*: Obliczanie mostów z betonowych belek prefabrykowanych. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 2008
- [10] *Dyduch K.*: Analiza opóźnionych strat sprężenia w konstrukcjach z betonu. *Inżynieria i Budownictwo*, **72**, 3, 2016, 128-130
- [11] *Puchalska D., Kuczma M.*: Skurcz i pełzanie betonu w ujęciach norm. Część 1. *Builder*, **21**, 1, 2017, 69-71
- [12] *Puchalska D., Kuczma M.*: Skurcz i pełzanie betonu w ujęciach norm. Część 2. *Builder*, **21**, 2, 2017, 54-56
- [13] *Bażant Z., Hubler M.H., Qiang Y.*: Excessive Creep Deflections: An Awakening. *Concrete International*, **33**, 8, 2011, 44-46
- [14] *Rüsch H., Jungwirth D.*: Skurcz i pełzanie betonu w konstrukcjach betonowych. Arkady, Warszawa, 1979
- [15] *Machelski C.*: Concrete creep effects during bridge span construction using cantilever concreting technology. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **18**, 3, 2019, 193-210, DOI: 10.7409/rabdim.019.013
- [16] *Kurzawa M., Mróz A., Bień J.*: Influence of Pavement Deflection on the Vibrations of Bridge Span in Operating Conditions. *Studia Geotechnica et Mechanica*, **44**, 2, 2022, 97-113, DOI: 10.2478/sgem-2022-0004
- [17] *Radomski W.*: Kilka uwag o efektach pełzania w konstrukcjach mostowych z betonu sprężonego. *Obiekty inżynierskie*, 2, 2012, 15-25
- [18] *Machelski C.*: Ruchome obciążenia obiektów mostowych. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław 2015