

CZESŁAW MACHELSKI<sup>1)</sup>

## EXAMINATION OF THE DEFORMATION OF AN ANIMAL OVERPASS SOIL-STEEL STRUCTURE BY MEANS OF GEODETIC MEASUREMENTS

## BADANIE DEFORMACJI POWŁOKI EKOLOGICZNEGO OBIEKTU GRUNTOWO-POWŁOKOWEGO Z WYKORZYSTANIEM POMIARÓW GEODEZYJNYCH

**STRESZCZENIE.** Przedstawiony w pracy algorytm dotyczy przetwarzania danych w postaci współrzędnych punktów pasma obwodowego powłoki, uzyskanych z pomiarów geodezyjnych. Parametrem geometrycznym wykorzystywanym w pracy do badania deformacji powłoki w obiekcie jest zmiana krzywizny. Służy ona do szacowania momentu zginającego, a stąd – naprężenia normalnego w blasze falistej. Z rezultatów podanych w przykładach obliczeń analizowanej konstrukcji wynika możliwość określania miejsc o wartościach ekstremalnych. Do tego celu niezbędna jest gęsta siatka punktów pomiarowych utworzona z wykorzystaniem techniki geodezji precyzyjnej. Istotne znaczenie w szacowaniu naprżeń ma korekta geodezyjnej bazy pomiarowej. Wynika to z faktu, że punkty w pomiarze początkowym nie leżą na wycinku okręgu jako linii odnoszącej, wykorzystywanej do określenia deformacji powłoki.

**SŁOWA KLUCZOWE:** deformacja, obiekty gruntowo-powłokowe, pomiary geodezyjne, siły wewnętrzne.

**ABSTRACT.** The algorithm presented in this paper processes data in the form of the coordinates of points located on the shell's circumferential section, obtained from geodetic measurements. The change in curvature is a geometric parameter used to study the deformation of the shell in a corrugated steel buried structure and to estimate the bending moment and hence the normal stress in the corrugated plate. The results of exemplary calculations of the analysed structure show that places with extreme values can be determined in this way. For this purpose a dense grid of measuring points needs to be created using precision land surveying. For stress estimation it is essential to correct the geodetic measurements base since the points in the initial measurement do not lie on the circular sector used as a reference line for determining the deformation of the shell.

**KEYWORDS:** deformation, geodetic measurements, internal forces, soil-steel structure.

DOI: 10.7409/rabdim.022.008

<sup>1)</sup> Politechnika Wrocławskiego, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław;  
czeslaw.machelski@pwr.edu.pl

## 1. WPROWADZENIE

Wiele wykonywanych obiektów inżynierskich małych i dużych rozpiętości pełni funkcję ekologicznych przejść górnych dla zwierząt (Rys. 1). Ich charakterystyczną cechą są niewielkie zmiany obciążzeń stałych, występujących po ich wybudowaniu. Oddziaływanie gruntu na powłokę takiego obiektu pochodzi głównie od ciężaru zasypki gruntowej. Ze względu na konstrukcję powłoki z blachy falistej (o cechach sprężystych), można analizować skutki długotrwałych zmian cech fizycznych zachodzących w gruncie. Istotnym problemem rozpatrywanym w pracy jest ocena deformacji powłoki podczas długotrwałego oddziaływanie gruntu na powłokę z niewielkim udziałem obciążzeń zmiennych.

Monitoring deformacji powłoki w trakcie budowy analizowanego obiektu realizowano z użyciem geodezji i analiz zmian sił wewnętrznych na podstawie pomiarów tensometrycznych [1]. Pomiary kontrolne oddziałująń klimatycznych [2, 3] w okresie jesień–zima wykonano z użyciem technik geodezyjnych. Analizowane w pracy wyniki badania obiektu dotyczą stanu po okresie niemal pięciu lat od zakończenia budowy.



Rys. 1. View of investigated structure during its construction  
Rys. 1. Widok badanego obiektu podczas budowy

Niespotykana sytuacją w wybudowanych obiektach grunto-wyposłokowych jest proces rozbiórki, co wystąpiło w przypadku analizowanego obiektu. Przed jej rozpoczęciem wykonano pomiar kontrolny, odzwierciedlający stan oznaczony dalej jako N. Kolejną charakterystyczną sytuacją była rozbiórka naziomu do poziomu klucza powłoki – stan K. Ostatnim wynikiem uzyskanym z pomiarów jest zakończenie rozbiórki naziomu, czyli powrót powłoki do stanu pierwotnie rozpoczętego budowę: M. W pracy analizuje się fazę rozbiórki, porównując uzyskane wyniki z pomiarami wykonanymi w trakcie budowy, gdy parametrem odnoszącym jest jednakowa grubość zasypki gruntowej.

Do badania deformacji powłoki w obiekcie wykorzystuje się w pracy zmianę krzywizny. Szacowane wartości momentów

## 1. INTRODUCTION

Many of the small- and large-span corrugated steel buried structures built today serve as wildlife overpasses (Fig. 1). Such structures are characterized by the fact that once they are built, their permanent loads change only slightly. The action of the soil on the shell of a soil-steel structure mainly stems from the weight of the backfill. Considering that the shell is made of corrugated steel plates (characterized by elasticity), the effects of long-term changes in the physical properties of the surrounding soil need to be taken into account. A major issue discussed in this paper is the assessment of the shell's deformations during the long-term impact of the soil on the shell with little participation of variable loads.

The deformations of the shell during the construction of the investigated structure were monitored using land surveying and analyses of the internal forces determined through tensometric measurements [1]. Monitoring measurements of the climatic impacts in the autumn–winter period were performed using geodetic techniques. The analysed results of the investigations concern the condition of the structure after nearly five years since its completion.

An unprecedented situation for already built soil-steel structures is the process of disassembly, which took place in the case of the analysed structure. Prior to disassembly control measurements, reflecting the state further denoted as N, were carried out. Then the surcharge was removed down to the level of the shell's crown – state K. Finally, the surcharge was completely removed, whereby the shell returned to the state (denoted as M) it had been in at the start of construction.

In this paper the results of the measurements performed during disassembly are compared with the results of the measurements carried out during construction, adopting an identical backfill thickness as the reference parameter. The deformation of the shell is investigated by examining the change in the latter's curvature. The values of the bending moments of the shell's circumferential section are estimated on the basis of the radius of curvature in relation to the initial or design value. The analysis algorithm presented in this paper is based on the results of the geodetic measurements.

## 2. MEASURING TECHNIQUES USED IN MONITORING

Land surveying techniques (Fig. 1) are used in the simplest, and at the same time the most effective, monitoring

zginających pasma obwodowego powłoki uzyskuje się na podstawie promienia krzywizny odniesionego do wartości początkowej lub projektowej. Algorytm analizy przedstawiony w pracy oparty jest na wynikach pomiarów geodezyjnych.

## **2. TECHNIKI POMIAROWE STOSOWANE W MONITORINGU**

W najprostszej, a przy tym skutecznej, wersji monitoringu stosowanej w obiektach gruntowo-powłokowych wykorzystuje się techniki geodezyjne (Rys. 1). Taki sposób pomiarów jest wystarczająco dokładny z uwagi na znaczne wartości przemieszczeń powstały zarówno podczas budowy, jak i w procesie eksploatacji mostu. Na podstawie położenia punktów pomiarowych na paśmie obwodowym powłoki analizuje się zmianę jej kształtu. Tak określona postać deformacji służy do wyznaczania sił wewnętrznych w blasze falistej [1, 4]. Do tego celu służy algorytm przedstawiony w pracy.

Gdy realizuje się badania odbiorcze z udziałem pojazdów samochodowych lub lokomotyw, używa się czujników indukcyjnych i zegarowych, gdyż wymagana jest dokładność rzędu 0,01 mm. W takich pomiarach gotowego obiektu przemieszczenia są bardzo małe [3, 5-7]. Czujniki indukcyjne mogą być wykorzystywane do ciągłego rejestrowania zmian deformacji pod obciążeniem przejeżdżającego pojazdu. Na tej podstawie określa się cechy dynamiczne obiektu. Czujniki zegarowe i indukcyjne wykorzystuje się w sytuacji obciążenia stacjonarnego przy maksymalnej liczbie ciężkich pojazdów, co pozwala na sprawdzenie nośności obiektu i jego zachowania podczas zatoru na moście.

W przypadku obiektów specjalnego znaczenia [6, 8], a czasem w badaniach odbiorczych, stosuje się pomiary tensometryczne. Służą one do bezpośredniego określania sił wewnętrznych w powłoce z blachy falistej. Mogą być one wykorzystane do obliczania postaci deformacji powłoki dzięki algorytmom numerycznym omawianym w pracach [1, 3, 4, 8, 9]. Z takich pomiarów można również wyznaczać oddziaływanie kontakto-wie [1, 9-11], czyli siły pomiędzy blachą i gruntem (Rys. 2). Bezpośredni pomiar parcia realizowany jest z użyciem presometrów [12]. Zatem w zależności od przeznaczenia obiektu gruntowo-powłokowego jak również parametrów geometrycznych (rekordowych) stosuje się zróżnicowane techniki monitorowania.

## **3. PRZEBIEG DEFORMACJI POWŁOKI PODCZAS BUDOWY**

W celu uzyskania założonej w projekcie geometrii powłoki istotne znaczenie ma odpowiednie sterowanie procesem układania i zagęszczania zasypki [1]. Jest to szczególnie ważne

of corrugated steel buried structures. Geodetic measurements are sufficiently precise considering that the displacements arising during both the construction and service life of such structures are considerable. The changes in the shape of the shell are determined on the basis of the location of the measuring points on the shell's circumferential ring. The deformations derived in this way are used to determine the internal forces in the corrugated plate [1, 4]. For this purpose the algorithm presented in the paper is used.

When conducting acceptance tests involving the use of automobile or locomotives, inductive gauges and dial gauges are used as the accuracy of 0.01 mm is required. The displacements measured during acceptance tests conducted on a completed corrugated steel buried structure are very small [3, 5-7]. Inductive gauges can be used to continuously register the changes in deformation under the weight of the vehicle driving over the structure to determine the dynamic characteristics of the latter. Dial gauges and inductive gauges are used in the case of stationary loading with a maximum number of heavy vehicles to check the load bearing capacity and behaviour of the structure in case of a traffic holdup on it.

For structures of special importance [6, 8], and sometimes in acceptance tests, tensometric measurements are used to directly determine the internal forces in the corrugated steel shell. The measurements can be used to calculate the form of the shell's deformation by means of the numerical algorithms presented in [1, 3, 4, 8, 9]. Also contact interactions [1, 9-11], i.e. the forces between the steel plate and the soil, can be determined on the basis of such measurements (Fig. 2). Direct measurements of earth pressure are performed using pressuremeters [12]. This means that depending on the intended use of a soil-steel structure as well as on its (record) geometric parameters, various monitoring techniques are employed.

## **3. SHELL DEFORMATION DURING CONSTRUCTION**

It is essential to properly control the backfill placement and compaction process in order to obtain the design shell geometry [1]. This is particularly important in the case of structures of considerable dimensions and shells made of thin corrugated plate profiles. At the construction stage it is difficult to predict shell deformations on the basis of numerical calculations and a structure model because the backfill placement technology and work breaks have a significant bearing on the resultant deformation [1, 13].

w przypadku obiektów o znaczących rozmiarach oraz powłok wykonywanych z wiotkich profili blach falistych. Prognozowanie deformacji powłoki na podstawie obliczeń numerycznych i modelu konstrukcji w fazie budowy jest utrudnione, bowiem na wynik (deformacje) duży wpływ ma technologia układania zasypki, a także przerwy robocze [1, 13].

Na Rys. 2 przedstawiono przykład powłoki o jednolitym, kołowym kształcie i promieniu  $R$ , zamocowanej przegubowo w niepodatnym fundamentie. W analizowanej fazie budowy zasypkę gruntową ułożono do wysokości  $z_g$ . Założono symetrię geometrii układu. Oddziaływanie gruntu na powłokę tworzą siły kontaktowe: normalne  $p(\varphi)$  i styczne  $t(\varphi)$ .

Deformację powłoki powstałą w procesie budowy obiektu gruntowo-powłokowego określa się przez dwa charakterystyczne przemieszczenia przedstawione na Rys. 2b, czyli wygięcie powłoki do góry  $w$ , nazywane wypiętrzeniem, oraz zmianę poziomego jej wymiaru  $2u$ , czyli zwężenie. Proporcje pomiędzy przemieszczeniami  $w$  i  $2u$  w procesie układania zasypki podlegają charakterystycznym zmianom [1, 4, 14, 15].

W przypadku układania zasypki gruntowej występuje wypiętrzanie powłoki narastające wraz z grubością zasypki, gdy  $z_g < H$ . W drugiej fazie, gdy zasypka układana jest nad kuczem ( $z_g > H$ ), następuje redukcja  $w$ , czasem przechodząca w ugięcie, czyli przemieszczenie skierowane do dołu. W przypadku układania zasypki  $w(z_g)$  jest funkcją złożoną, zależącą od geometrii powłoki, a także technologii układania zasypki. Proces wykonywania naziomu przyczynia się do zwiększenia bezpieczeństwa powłoki. Każda dodatkowa warstwa gruntu naziomu powoduje redukcję naprężeń normalnych w powłoce. W sytuacji rozbiórki naziomu występuje proces odwrotny.

#### 4. BADANY OBIEKT GRUNTOWO-POWŁOKOWY

W pracy analizuje się obiekt wykonany ze stalowej blachy falistej jako konstrukcję gruntowo-powłokową. Wybudowanego na terenie firmy ViaCon Polska w Rydzynie wyłącznie w celach badawczych, bez nawierzchni i obciążen ruchomych na naziomie. Powłokę utworzono ze stalowej blachy falistej typu SC 380 × 140 × 7. Rekordowe dla tego typu blachy parametry geometryczne pasma obwodowego powłoki podano na Rys. 3. Na tym samym rysunku przedstawiono układ punktów pasa obwodowego powłoki wykorzystany w pomiarach geodezyjnych.

Po 110 miesiącach od czasu zakończenia budowy obiektu w Rydzynie rozpoczęto rozbiórkę otoczenia gruntowego tej powłoki. Zatem nastąpił proces odwrotny do układania zasypki. Rozpoczęto zdejmowanie kolejnych warstw o grubościach 0,3 m, zaczynając od poziomu zakończenia naziomu, czyli

Fig. 2 shows an exemplary shell with a uniform circular shape and radius  $R$ , hinged-fixed in a rigid foundation. In the analysed construction phase, backfill was placed up to height  $z_g$ . The system's geometry was assumed to be symmetrical. Soil actions on the shell are generated by normal  $p(\varphi)$  and tangential  $t(\varphi)$  contact forces.

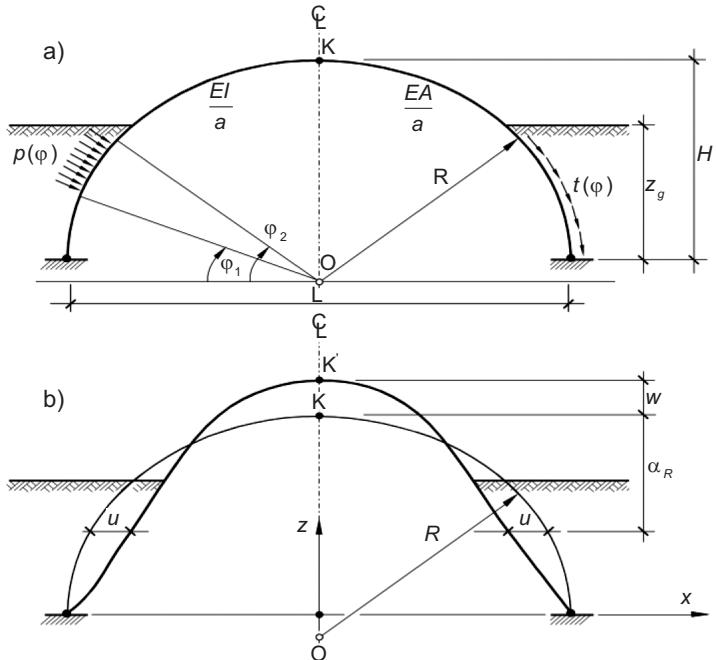


Fig. 2. Schematic diagram of contact forces and shell displacements:  
a) contact interactions, b) shell deformation

Rys. 2. Schemat sił kontaktowych i przemieszczeń powłoki:  
a) oddziaływanie kontaktowe, b) deformacja powłoki

The shell deformation arising in the course of construction of a corrugated steel buried structure is defined by two characteristic displacements shown in Fig. 2b, i.e. uplift shell flexure  $w$ , called an uplift, and change  $2u$  in the shell's horizontal dimension, i.e. a narrowing. The proportions between displacements  $w$  and  $2u$  in the course of backfill placement are subject to characteristic changes [1, 4, 14, 15].

As backfill is being placed, a shell uplift occurs, which increases with backfill thickness when  $z_g < H$ . Then when the backfill is being placed over the shell crown ( $z_g > H$ ), uplift  $w$  decreases and with time it transitions into a downward displacement. In the case of backfill placement,  $w(z_g)$  is a composite function dependent on the shell's geometry, and also on the backfill placement method. The backfill placement process contributes to greater safety of the shell. Each successive surcharge layer causes a reduction in normal stresses in the shell. A reverse process takes place when the surcharge is being disassembled.

stanu oznaczonego jako N. Na Rys. 4 przedstawiono zmiany położenia klucza powłoki w procesie układania zasypki: od stanu montażowego M do powstania naziomu N, czyli z okresu budowy obiektu, oznaczonego jako faza M-N. Drugi wykres odzwierciedla sytuację odwrotną, czyli usuwanie kolejnych warstw zasypki, oznaczone jako faza N-M. Przy tworzeniu tego wykresu przyjęto, że w momencie osiągnięcia stanu montażowego M, czyli po usunięciu zasypki całkowicie, redukuje się ugięcie, stąd  $w(M) = 0$ . W ten sposób uzyskano wspólny początek (i koniec) wykresów jako stanu montażowego, ale występującego w różnych okresach istnienia obiektu. Do usuwania zasypki użyto ładowarki, a pomiary realizowano po ustabilizowaniu się geometrii powłoki i pozostały zasypki.

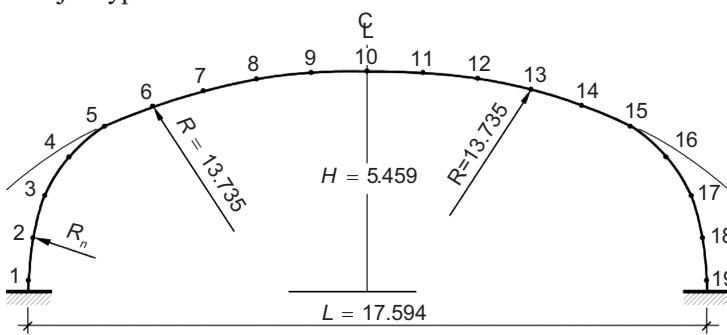
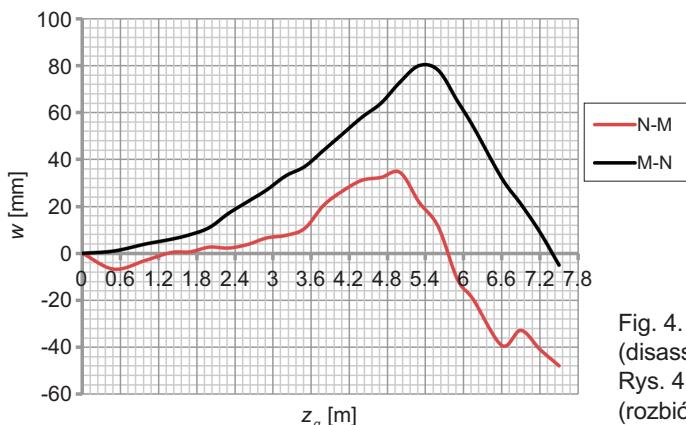


Fig. 3. Schematic diagram of shell's circumferential section  
Rys. 3. Schemat pasma obwodowego powłoki



Z porównania obydwu wykresów widoczne jest, że mogą być one podobne, gdy w przypadku wykresu N-M zastosuje się transformację kątową z punktem obrotu w początku układu współrzędnych. Na przebieg wykresu N-M w odniesieniu do M-N wpływa różnica cech fizycznych gruntu powstała w czasie przeprowadzonych prac budowlanych. W procesie budowy zasypka jest słabo zagęszczona na styku z powłoką, natomiast podczas rozbiórki grunt jest już w sposób naturalny skonsolidowany w całej objętości. Niestety w analizowanym obiekcie geodezyjne bazy punktów pomiarowych z okresu

#### 4. INVESTIGATED CORRUGATED STEEL BURIED STRUCTURE

A corrugated steel buried structure built exclusively for research purposes on the premises of the ViaCon Poland company in Rydzyna is investigated in this paper. The structure has no pavement and no moving loads on the surcharge. The shell was made of SC 380 × 140 × 7 corrugated steel plate. The record-breaking (for this type of steel plate) geometric parameters of the circumferential section of the shell are given in Fig. 3, which also shows the arrangement of shell circumferential section points used in geodetic measurements.

110 months after the construction of the structure in Rydzyna had been completed the removal of the soil surrounding it started. This means that a process reverse to backfill placement took place. The layers of 0.3 m thickness began to be removed successively, starting from the terminal layer of the surcharge, i.e. the state denoted as N. Fig. 4 shows changes in the position of the shell crown during backfill placement: from assembly state M to surcharge completion state N, i.e. covering the period of structure construction, denoted as M-N. The other graph reflects the reverse situation, i.e. the removal of the successive backfill layers, i.e. the period denoted as N-M. When producing this graph it was assumed that when assembly state M is reached, i.e. once the backfill has been removed completely, the deflection disappears, hence  $w(M) = 0$ . In this way a common origin (and end) of the graphs, representing the assembly state, but in different periods of the existence of the structure, was established. A loader was used to remove the backfill and measurements were performed after the geometry of the shell and that of the remaining backfill stabilized.

Fig. 4. Comparison of uplift (construction, M-N) and deflection (disassembly, N-M) of shell's crown  
Rys. 4. Porównanie wypiętrzania (budowa, M-N) i ugięcia (rozbiorka, N-M) klucza powłoki

A comparison of the two graphs shows that they can be similar when an angular transformation with the pivoting point in the origin of the coordinates is applied to graph N-M. The shape of graph N-M in relation to graph M-N is influenced by the difference in the soil physical characteristics which arose during the construction works. During construction the backfill is poorly compacted at its contact with the shell, whereas during disassembly the soil is already naturally consolidated in its whole volume. Unfortunately, in the case of the investigated structure the

budowy i rozbiórki są zupełnie inne, co utrudnia dogłębną ocenę czynników wpływających na przemieszczenia. Zatem różnice pomiędzy powstawaniem pionowego przemieszczenia powłoki, czyli wypiętrzenia (w trakcie budowy) i ugięcia (spowodowanego rozbiórką) wskazują na zmiany sztywności konstrukcji wynikające ze współdziałania powłoki z zasypką gruntową [1].

Na Rys. 5 przedstawiono zmiany przemieszczeń wybranych trzech punktów (7, 10 i 13 wg Rys. 3) z obszaru klucza powłoki w zależności od grubości zasypki liczonej od poziomu posadowienia. Wykresy dotyczą okresu rozbiórki zasypki gruntowej, zatem początek prac występuje przy  $z_g = 7,5$  m, a więc w stanie N. Podobnie jak na Rys. 4, przyjęto założenie, aby w stanie M (montażowym, bez udziału gruntu) przemieszczenia były zerowe. Z porównania wykresów  $w(7)$  i  $w(13)$ , uzyskanych dla punktów jednakowo odległych do klucza, widoczne jest podobieństwo, ale również zaburzenie symetrii deformacji powłoki.

Na Rys. 6 przedstawiono przemieszczenia punktów pomiarowych pasma obwodowego powłoki powstałe pomiędzy stanami początkowym N i końcowym M z fazy rozbiórki zasypki. Na wykresie widoczna jest niesymetryczna zmiana kształtu powłoki, ze znaczną przewagą ugięcia  $w$  pomiędzy punktami 7 i 8 oraz mniejszymi zmianami w okolicy punktu 14. W przypadku przemieszczeń poziomych  $u$  widoczne jest niemal równomierne przesunięcie punktów sklepienia powłoki. Przemieszczenia wypadkowe oznaczone jako  $d$  w części powłoki po lewej stronie układają się zgodnie z ugięciami, natomiast po prawej stronie wynikają z przemieszczeń poziomych.

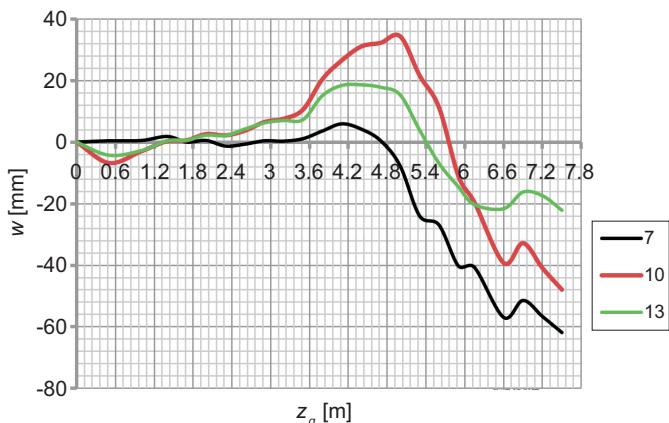


Fig. 5. Changes in deflection of measuring points on shell's circumferential section

Rys. 5. Zmiana ugięcia punktów pomiarowych pasma obwodowego powłoki

W pracy wyróżniono trzy stany w ramach fazy rozbiórki zasypki gruntowej, oznaczone jako M, K i N. Pierwszy dotyczy stanu montażowego powłoki, a więc bez oddziaływania gruntu na powłokę, w sytuacji  $z_g = 0$ . Drugi występuje

measuring points base from the construction period and that from the disassembly period are different, which makes a thorough assessment of the factors having a bearing on displacement difficult. The differences between the vertical displacement of the shell, i.e. the uplift (during construction), and its deflection (during disassembly) indicate changes in the structure's stiffness resulting from the interaction between the shell and the backfill [1].

Fig. 5 shows changes in the displacements of three points (7, 10 and 13 acc. to Fig. 3) selected from the shell crown area depending on the backfill thickness measured from the foundation level. The graphs are for the backfill disassembly period, which means that the beginning of the works occurs at  $z_g = 7.5$  m, i.e. in state N. Similarly as in Fig. 4, displacements in state M (assembly without soil) were assumed to amount to zero. A comparison of graphs  $w(7)$  and  $w(13)$  plotted for points equally distant from the crown shows a similarity, but also a disturbance in the symmetry of shell deformation.

Fig. 6 shows the displacements of the shell circumferential section measuring points, which arose between initial state N and final state M during the backfill disassembly stage. An asymmetric change in the shape of the shell is visible in the graph, with a considerable predominance of deflection  $w$  between points 7 and 8 and smaller changes in the neighbourhood of point 14. In the case of horizontal displacements  $u$ , one can see an almost uniform shift of the points on the shell crown. The resultant displacements, denoted as  $d$ , in the shell's part on the left side are consistent with the deflections, while the ones on the right side results from the horizontal displacements.

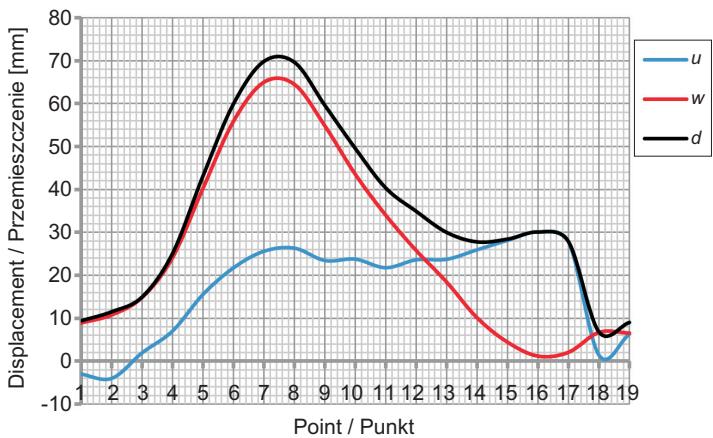


Fig. 6. Changes in location of measuring points

Rys. 6. Zmiany położenia punktów pomiarowych

Three states in the backfill disassembly phase, denoted as M, K and N, are distinguished. The first state represents

w sytuacji zrównania się poziomu zasypki z kluczem powłoki, gdy  $z_g = H$ . Trzeci z nich jest stanem końcowym budowania naziomu, czyli układania zasypki ponad kluczem, gdy  $z_g = 7,5$  m (i równocześnie pierwszym stanem w fazie rozbiórki). W Tabl. 1 zestawiono wyniki pomiarów geodezyjnych z okresu rozbiórki, z oznaczeniami punktów według Rys. 3, wykorzystane do tworzenia wykresów podanych na Rys. 6 i w dalszej części pracy.

the assembled shell with no soil acting on it, i.e. when  $z_g = 0$ . The second state occurs when the backfill level becomes level with the crown of the shell, i.e. when  $z_g = H$ . The third state is the final state in surcharge construction (backfill placing over the crown), i.e. when  $z_g = 7,5$  m, and at the same time the initial state in the disassembly stage. Table 1 contains the results of geodetic measurements from the disassembly period (the points are denoted as in Fig. 3), used to plot the graphs presented in Fig. 6 and further in this paper.

Table 1. Coordinates  $x, z$  of measuring points during disassembly [m]

Tablica 1. Współrzędne  $x, z$  punktów pomiarowych podczas rozbiórki [m]

Point no. Nr punktu	State N / Stan N		State K / Stan K		State M / Stan M	
	$x$	$z$	$x$	$z$	$x$	$z$
5	-6.022	3.562	-5.999	3.535	-6.020	3.530
6	-4.878	4.053	-4.858	4.033	-4.869	4.006
7	-3.726	4.439	-3.711	4.432	-3.714	4.380
8	-2.539	4.712	-2.527	4.720	-2.526	4.652
9	-0.948	4.924	-0.939	4.950	-0.941	4.870
10	0.2681	4.9623	0.275	4.997	0.2789	4.9184
11	1.470	4.892	1.477	4.925	1.481	4.857
12	2.629	4.727	2.636	4.754	2.642	4.700
13	3.852	4.450	3.857	4.466	3.867	4.431
14	5.017	4.071	5.018	4.073	5.033	4.059
15	6.117	3.612	6.117	3.607	6.140	3.609

## 5. SZACOWANIE PROMIENI KRZYWIZNY W PAŚMIE OBWODOWYM POWŁOKI

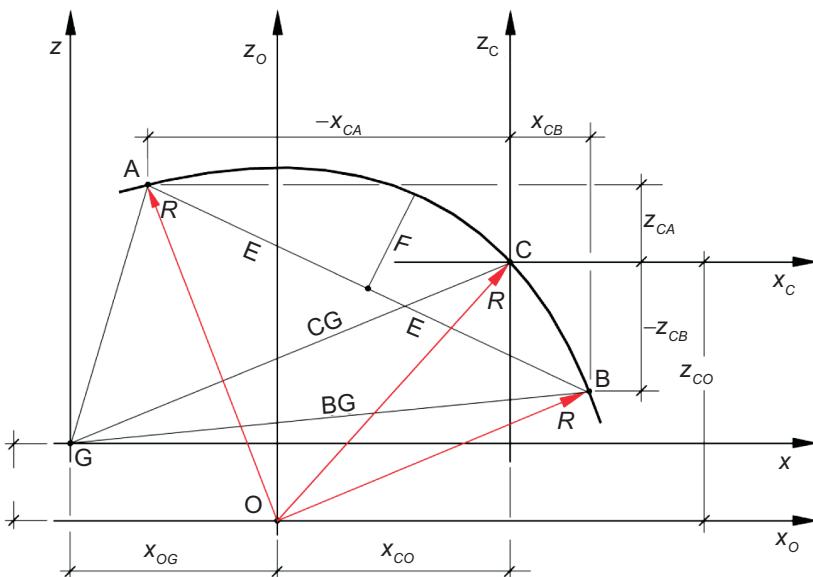
Ze współrzędnych punktów pomiarowych można wnioskować, że układ pomiarowy jest stosunkowo regularny, ale odległości pomiędzy punktami nie są jednakowe. Zatem do przetwarzania danych konieczne jest uwzględnienie dowolności położenia układu punktów na paśmie obwodowym powłoki, jak na Rys. 7.

Do badania deformacji powłoki w obiekcie wykorzystano w pracy zmianę krzywizny w wybranych punktach pasma obwodowego powłoki [1, 14]. Na Rys. 7 przedstawiono schemat położenia wybranych trzech punktów w realizowanych pomiarach geodezyjnych, z wyróżnieniem punktu centralnego C. W konsekwencji określone zostały współrzędne tych punktów względem dowolnie obranego początku układu kartezjańskiego G (Tabl. 2). Wynikiem obliczeń jest promień krzywizny  $R$  jako odległość pomiędzy początkiem układu współrzędnych O i punktami pomiarowymi A, C, B. W przypadku odcinka CO odległość ta obliczana ze wzoru (1) jest równocześnie wynikiem analizy, czyli promieniem krzywizny.

## 5. ESTIMATION OF CURVATURE RADII IN SHELL'S CIRCUMFERENTIAL SECTION

The coordinates of the measuring points indicate that the measuring system is relatively regular, but the distances between the points are not identical. Therefore for data processing it is necessary to take into account the fact that the system of points on the shell's circumferential section can be arbitrarily located, as in Fig. 7.

The deformation of the shell in the structure is investigated by examining the change in curvature in selected points of the shell [1, 14]. Fig. 7 shows a schematic diagram of the location of the selected three points during the geodetic measurements, with distinguished central point C. Thus the coordinates of these points are defined relative to any chosen origin of Cartesian coordinate system G, as in Table 2. The calculations yield curvature radius  $R$  as a distance between the origin of coordinate system O and measuring points A, C, B. In the case of segment CO, this distance calculated from formula (1) is at the same the result of the analysis, i.e. the radius of curvature is:



$$R = \sqrt{x_{CO}^2 + z_{CO}^2}. \quad (1)$$

Punkt O wyznaczony jest jako transformacja równoległa powstała z przekształcenia układu współrzędnych geodezyjnego  $G(x, z)$  do obliczeniowego  $O(x_o, z_o)$ , określona we wzorach:

$$x_{OG} = \frac{CA^2 \cdot z_{CB} - CB^2 \cdot z_{CA}}{z_{CA} \cdot x_{CB} - z_{CB} \cdot x_{CA}} \quad (2)$$

oraz

$$z_{OG} = \frac{CA^2 \cdot x_{CB} - CB^2 \cdot x_{CA}}{z_{CA} \cdot x_{CB} - z_{CB} \cdot x_{CA}}. \quad (3)$$

W obydwu wzorach (2) i (3) występują zależności geometryczne pomiędzy punktami pomiarowymi A, C i B w geodezyjnym układzie współrzędnych G. Odległości pomiędzy punktami pomiarowymi wynoszą:

$$CA^2 = CB^2 - AG^2 \quad (4)$$

oraz

$$CB^2 = CG^2 - BG^2. \quad (5)$$

Ze schematu podanego na Rys. 7 wynika dowolność wyboru punktów A i B wobec obranego jako analizowanego punktu centralnego C. Zatem w przypadku dużej liczby punktów pomiarowych na paśmie obwodowym powłoki, jak na Rys. 3, możliwe są dowolnie wybrane pary punktów A i B.

Z założień algorytmu wynika, że gdy część górna powłoki jest wycinkiem okręgu jak na Rys. 2 i 3, wynik będzie zawsze taki sam, bez względu na wybór punktów A, C i B. Ze wzoru (1) otrzyma się zawsze wartość  $R$ . Stała wartość  $R$  na całej długości pasma obwodowego powłoki nie występuje natomiast w wybudowanych konstrukcjach. W stanie montażowym powstaje deformacja powłoki wynikająca z ciężaru własnego,

Fig. 7. Computational diagram of shell circumferential section sector

Rys. 7. Schemat obliczeniowy wycinka pasa obwodowego powłoki

$$R = \sqrt{x_{CO}^2 + z_{CO}^2}. \quad (1)$$

Point O is determined through the parallel transformation of geodetic coordinate system  $G(x, z)$  to calculation coordinate system  $O(x_o, z_o)$ , defined by the formulas:

$$x_{OG} = \frac{CA^2 \cdot z_{CB} - CB^2 \cdot z_{CA}}{z_{CA} \cdot x_{CB} - z_{CB} \cdot x_{CA}} \quad (2)$$

and

$$z_{OG} = \frac{CA^2 \cdot x_{CB} - CB^2 \cdot x_{CA}}{z_{CA} \cdot x_{CB} - z_{CB} \cdot x_{CA}}. \quad (3)$$

In both formulas (2) and (3) there occur geometric relations between measuring points A, C and B in geodetic coordinate system G. The distances between the measuring points amount to:

$$CA^2 = CB^2 - AG^2 \quad (4)$$

and

$$CB^2 = CG^2 - BG^2. \quad (5)$$

It follows from the schematic diagram shown in Fig. 7 that the selection of points A and B relative to chosen analysed point C is arbitrary. Hence when there is a large number of measuring points on the shell's circumferential section, as in Fig. 3, pairs of points A and B can be arbitrarily selected.

According to the algorithm assumptions, when the top part of the shell is a circular sector, as in Figs 2 and 3, the result will always be the same regardless of the choice of points A, C and B. Formula (1) will always yield the value of  $R$ . Whereas no constant value of  $R$  along the whole length of the shell's circumferential section actually occurs in the

postępująca w sposób losowy w trakcie budowy obiektu. Przesunięcia nie są ani radialne, ani jednakowe. Zatem dobierając różne położenia układu punktów A i B można badać deformację powłoki jako odstępstwo od stanu idealnego (np. geometrii projektowej), czyli wycinka koła o promieniu  $R_{proj}$ .

## 6. ZMIANY PROMIENIA KRZYWIZNY W TRAKCIE ROZBÓRKI ZASYPKI

Gdy przystępowało do rozbiórki, powłoka była stabilnie osadzona w skonsolidowanym ośrodku gruntowym [10, 17]. Z tego powodu deformacja powłoki podczas rozbiórki zasypki przebiegała inaczej niż w przypadku odwrotnym – w trakcie budowy (Rys. 4). Analizę zmian kształtu powłoki przedstawiono na Rys. 2, 4, 5 oraz 6. Na Rys. 8 przedstawiono wykresy funkcji  $R$  uzyskane ze wzoru (1) dla wybranych punktów z obszaru klucza, wg oznaczeń z Rys. 3. W legendzie wykresów podano numery analizowanego punktu C, a liczby na osi pionowej dotyczą punktów A i B (symetrycznie położonych względem C). Do obliczeń wykorzystano pomiary geodezyjne oraz współrzędne punktów podane w Tabl. 1. Analizą objęto wybrane kolejne stany w fazie rozbiórki zasypki gruntowej, określone wcześniej jako N, K i M.

built structures. In the assembly state a shell deformation arises under the dead weight and randomly develops in the course of construction of the structure. The displacements are neither radial or identical. Thus by selecting different locations of the system of points A and B one can study the shell's deformation as a deviation from the ideal state (e.g. the design geometry), i.e. a circular sector with radius  $R_{design}$ .

## 6. CHANGES IN CURVATURE RADIUS IN COURSE OF BACKFILL DISASSEMBLY

When disassembly was about to start, the shell was stably embedded in the consolidated soil medium [10, 17]. For this reason the deformation of the shell during backfill disassembly proceeded differently than in the reverse case – during construction (Fig. 4). An analysis of the changes in the shape of the shell is presented in Figs 2, 4, 5 and 6. Fig. 8 shows  $R$  function graphs obtained from formula (1) for points selected from the shell crown area (denotations as in Fig. 3). The analysed point C numbers are given in the legends and the numbers on the horizontal axis apply to points A and B (symmetrically located relative to C). The results of the geodetic measurements and the coordinates of the points given in Table 1 were used in the calculations. The analysis covered the consecutive states during backfill disassembly, earlier denoted as N, K and M.

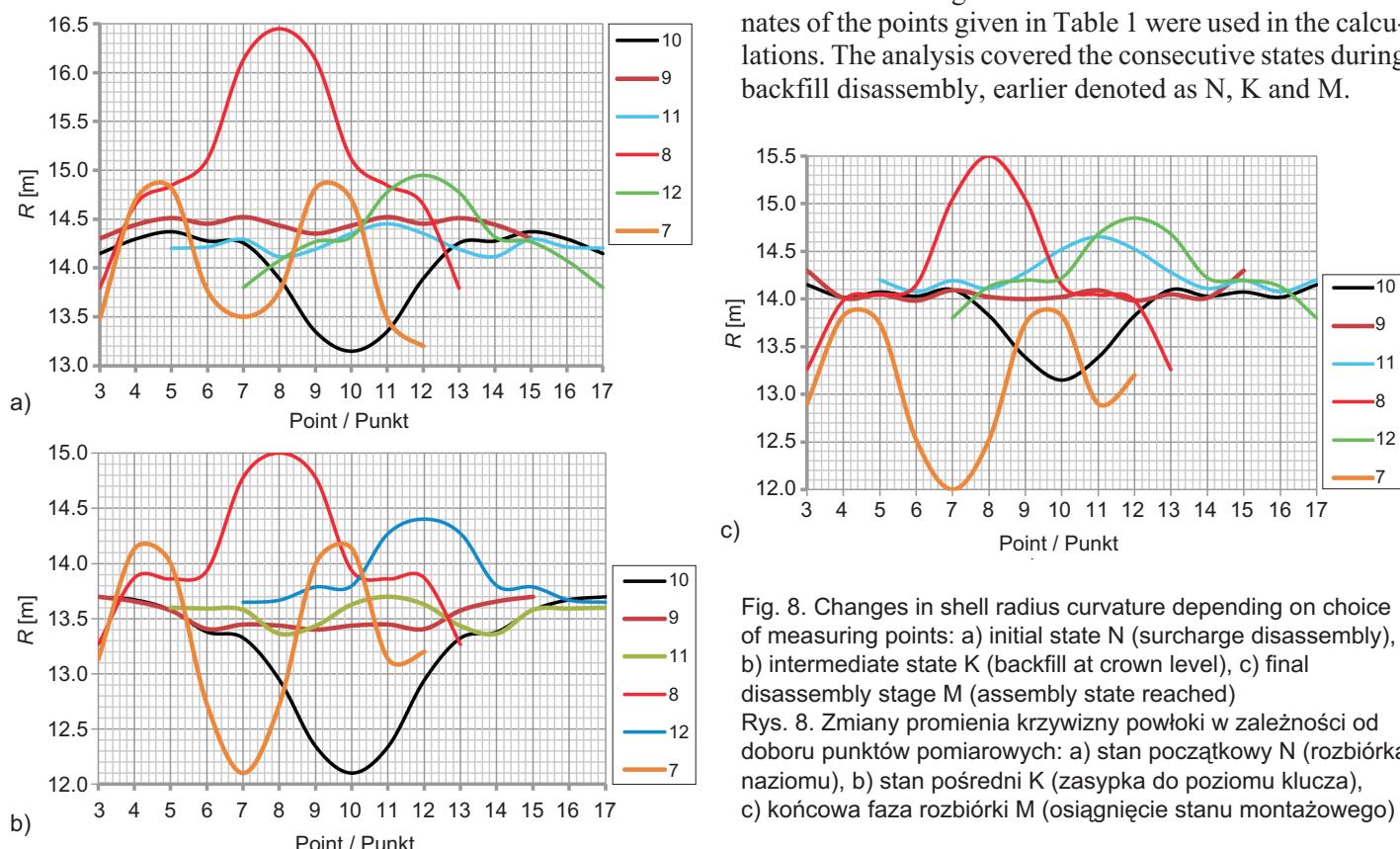


Fig. 8. Changes in shell radius curvature depending on choice of measuring points: a) initial state N (surcharge disassembly), b) intermediate state K (backfill at crown level), c) final disassembly stage M (assembly state reached)

Rys. 8. Zmiany promienia krzywizny powłoki w zależności od doboru punktów pomiarowych: a) stan początkowy N (rozbiórka naziomu), b) stan pośredni K (zasypka do poziomu klucza), c) końcowa faza rozbiórki M (osiągnięcie stanu montażowego)

Wykresy przedstawione na Rys. 8 są z założenia symetryczne względem punktu centralnego C. Wynika to z przyjętej zasady obliczeniowej: równego oddalenia punktów A i B względem C. Stąd na wykresach podano jednakowe wartości w obydwu punktach A i B. Z kolejnego doboru par punktów A i B, oddalonych od C, otrzymuje się również taką samą liczbę promieni krzywizny  $R_{AB}$ . Na podstawie powstałych wykresów szacuje się wartość promienia krzywizny w C, bowiem każdy z wykresów dotyczy tego punktu, ale wartość  $R_C$  zależy od położenia punktów A i B i nie jest określona jak pochodna (wartość różniczkowa) z funkcji przemieszczeń w otoczeniu punktu C.

Metodyka obliczania  $R$  [1, 13] na podstawie współrzędnych punktów A, C i B, przedstawiona wcześniej, nie pozwala na bezpośrednie wyznaczenie  $R(F = 0)$ , czyli w punkcie C, bo wiem gdy długość cięwi  $AB$  jest mała, czyli gdy równocześnie  $F \rightarrow 0$  i  $E \rightarrow 0$ , ze wzoru (8) otrzymuje się niestabilne wyniki. Pozostaje więc ekstrapolacja, dotycząca promienia krzywizny w punkcie C, zastosowana na wykresach podanych na Rys. 8. Dokładność takiego oszacowania jest większa, gdy stosuje się precyzyjne pomiary geodezyjne i stosunkowo gęstą siatkę punktów pomiarowych.

Na Rys. 9 zestawiono ekstremalne wartości zmian promienia krzywizny z trzech analizowanych wcześniej stanów w fazie rozbiórki zasyppki: N, K i M. Na podstawie kształtu tych wykresów można wnioskować o odchyleniach od projektowanego kształtu powłoki. W przypadku klucza (punkt 10) można zauważać tendencję do jego wypiętrzania. Natomiast w punktach 8 i 12 widoczny jest trend do powstawania wkleśnięcia. Z postaci wykresów widoczne jest odchylenie od symetrii deformacji powłoki pokazane również na Rys. 6.

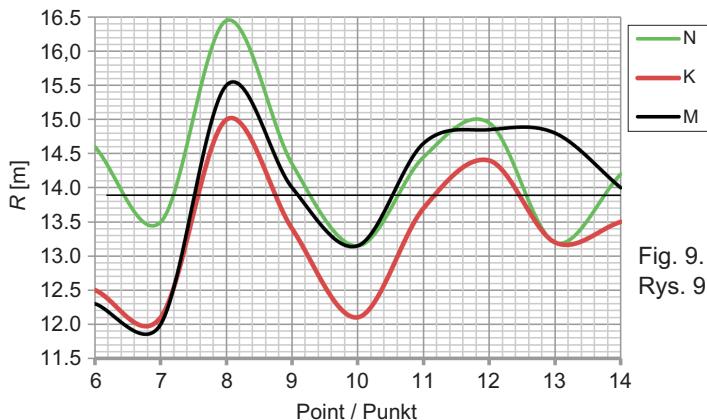


Fig. 9. Changes in curvature radii during construction  
Rys. 9. Zmiany promieni krzywizny podczas budowy

## 7. DOKŁADNOŚĆ OBLICZEŃ PROMIENI KRZYWIZNY

Poniżej rozpatrzono szczególny przypadek wystąpienia symetrii położenia punktów A i B względem punktu C. Wszystkie

The graphs presented in Fig. 8 are by assumption symmetrical relative to central point C. This follows from the adopted computational principle: the equal distance of points A and B from C. Hence there are identical values in points A and B. From the next choice of a pair of points A and B, distant from point C, one also gets the same number of curvature radii  $R_{AB}$ . From the graphs one estimates the curvature radius value in C, as each of the graphs applies to this point, but the value of  $R_C$  depends on the location of points A and B and it is not determined as a derivative (a differential value) from the function of displacements in the neighbourhood of point C.

Using the above method of calculating  $R$  [1, 13], on the basis of the coordinates of points A, C and B one cannot directly calculate  $R(F = 0)$ , i.e. in point C, since when the length of chord  $AB$  is small while  $F \rightarrow 0$  and  $E \rightarrow 0$ , formula (8) yields unstable results. One can only apply extrapolation to the radius of curvature in point C, as was done in Fig. 8. The accuracy of such estimation is higher when precise geodetic measurements and a relatively dense grid of measuring points are used.

Extreme changes in the radius of curvature in the three previously analysed backfill disassembly states: N, K and M are compared in Fig. 9. From the shape of the graphs one can infer about the deviations from the design shape of the shell. In the case of the crown (point 10), one can notice a tendency towards uplifting. Whereas in points 8 and 12 a trend towards sagging is visible. The shape of the graphs indicates a deviation from the shell deformation symmetry, also observed in Fig. 6.

## 7. ACCURACY OF CURVATURE RADIUS CALCULATION

A special case of symmetry of the location of points A and B relative to point C is considered below. All the three points lie on a circle with radius  $R$  and the position of point C divides chord  $AB$  into two equal parts, each having length  $E$  (Fig. 7). The point of division of the chord is at

trzy punkty leżą na okręgu o promieniu  $R$ , a położenie punktu C dzieli cięciwę  $AB$  na dwie równe części o długości  $E$  (Rys. 7). Punkt podziału cięciwy jest oddalony od C strzałką łuku  $F$ . Taki układ punktów spełnia równanie trójkąta równobocznego wpisanego w okrąg o promieniu  $R$ , jak w równaniu:

$$R = \frac{F^2 + E^2}{2F}, \quad (6)$$

gdzie strzałka  $F$  zależna jest od  $R$  jak we wzorze:

$$F = R - \sqrt{R^2 - E^2}. \quad (7)$$

W sytuacji wystąpienia odstępstwa od rozpatrywanego wcześniej wycinka koła o promieniu  $R$ , gdy punkt centralny jest oddalony o niewielką wartość  $r$ , otrzymuje się inną wartość promienia krzywizny, jak we wzorze

$$R_{AB} = \frac{(F-r)^2 + E^2}{2(F-r)}, \quad (8)$$

a stąd

$$r = (R_{AB} - F) - \sqrt{(R_{AB} - F)^2 + 2F(R_{AB} - R)}. \quad (9)$$

Ze wzoru (8) wynika, że wraz ze zmniejszaniem się długości cięciwy  $AB$  (czyli  $2E$ ) szybciej maleje  $F$  i istotne znaczenie ma ówczesna proporcja  $F/r$ .

W Tabl. 2 przedstawiono wyniki szacowania takiej zależności, gdy zmienną jest długość cięciwy  $2E$ . Jako wartości stałe przyjęto  $R = 13,735$  m (Rys. 3) oraz  $r = 0,005$  m. Z obliczonych wartości  $R_{AB}$  widoczna jest bardzo szybka zmiana promienia krzywizny wraz ze zmniejszaniem się odległości pomiędzy punktami A i B. Gdyby zmniejszać w dalszym ciągu wartości  $E$ , wynik zdążył by do nieoznaczonego – analogicznego jak w przypadku powstawania przegubu plastycznego, na dodatek tylko w punkcie C. W praktyce uplastycznienie materiału obejmuje większy obszar pasma obwodowego, a więc nie występuje przypadek graniczny.

$E$	7	6	5	4	3	2	1
$F$	1.9176	1.3798	0.9424	0.5954	0.3316	0.1464	0.0365
$R_{AB}(r)$	13.704	13.690	13.668	13.626	13.536	13.286	12.083
$R_{AB}(-r)$	13.766	13.780	13.803	13.846	13.940	14.216	15.913

Wyniki analizy podane w Tabl. 2 można rozpatrywać jako sytuację, gdy punkty A, B i C tworzą idealny wycinek okręgu o promieniu  $R$ , natomiast pojawienie się odległości  $r$  wynika wyłącznie z dokładności pomiaru geodezyjnego. Z tego powodu do realizacji algorytmu obliczeń wymagane jest określanie geodezyjnych współrzędnych punktów pasma obwodowego powłoki (Rys. 3) z zastosowaniem niwelacji precyzyjnej. Rozpatrywany szczególny przypadek jest przydatny do analizy wyników pomiarów na wybudowanym obiekcie, przedstawionych w dalszej części pracy.

a distance equal to arc height  $F$  from point C. This system of points satisfies the equation of an equilateral triangle inscribed into a circle with radius  $R$ , as in:

$$R = \frac{F^2 + E^2}{2F}, \quad (6)$$

when arc height  $F$  depends on  $R$  as in the formula:

$$F = R - \sqrt{R^2 - E^2}. \quad (7)$$

In a case departing from the previously considered circular sector with radius  $R$ , when the central point is at a distance amounting to a low value of  $r$ , one gets a different value of the radius of curvature, as in the formula

$$R_{AB} = \frac{(F-r)^2 + E^2}{2(F-r)}, \quad (8)$$

hence

$$r = (R_{AB} - F) - \sqrt{(R_{AB} - F)^2 + 2F(R_{AB} - R)}. \quad (9)$$

It follows from formula (8) that as the length of chord  $AB$  (i.e.  $2E$ ) decreases,  $F$  decreases quicker, and then ratio  $F/r$  is key.

Table 2 presents the results of the estimation of such a relation when chord length  $2E$  is the variable. The constant values were  $R = 13.735$  m (Fig. 3) and  $r = 0.005$  m. The calculated  $R_{AB}$  values indicate that the radius of curvature changes very quickly as the distance between points A and B decreases. If the value of  $E$  continued to be increased, the result would approach an indeterminate result (similar as in the case of plastic hinge formation), furthermore only in point C. In practice, material plasticity covers a larger area of the circumferential section, whereby no limit state occurs.

Table 2. Geometric parameters [m] in formula (8)  
Tablica 2. Parametry geometryczne [m] występujące we wzorze (8)

The results contained in Table 2 can be considered as representing a situation when points A, B and C form an ideal circular sector with radius  $R$  and distance  $r$  appears solely due to geodetic measurement accuracy. For this reason to carry out the computational algorithm it is necessary to determine the geodetic coordinates of the points on the shell's circumferential section (Fig. 3) using precise leveling. The considered special case is useful for the analysis of the results of measurements performed on the built structure, presented further in this paper.

W zastosowanej metodyce obliczania  $R$  na podstawie współrzędnych punktów A, C i B otrzymuje się niestabilne wyniki, gdy długość cięciwy  $AB$  jest zbyt mała. Niżej rozpatruje się przykład, gdy analizowany jest punkt 8 w stanie K. Z wykresów odczytuje się  $R = 13,85$  m oraz  $R_{AB} = 14,75$  m, gdy odległość pomiędzy punktami 7 i 9 jako (A) i (B), wynosi  $2E = 2 \cdot 1,2$  m. Przy takich założeniach ze wzoru (6) otrzymuje się:

$$F = 13,85 - \sqrt{13,85^2 - 1,2^2} = 0,05208 \text{ m.} \quad (10)$$

Natomiast z (9) przemieszczenie o kierunku radialnym:

$$\begin{aligned} r &= 14,6979 - \sqrt{14,6979^2 + 0,10416 \cdot 0,90} = \\ &= 0,003188 \text{ m.} \end{aligned} \quad (11)$$

Zatem jest to wartość bardzo mała, ale wpływająca znacznie na  $R_{AB}$  w odniesieniu do  $R$ . Z tego powodu wymagana jest niwelacja precyzyjna do pomiaru współrzędnych geodezyjnych. Gdy przyjmie się dokładność pomiaru 1 mm, a stąd wartość  $F = 0,053$  m, zawyżoną w odniesieniu do (10), otrzyma się ze wzoru (8) promień krzywizny:

$$R_{AB} = \frac{(0,053 - 0,0032)^2 + 1,2^2}{2 \cdot 0,0498} = 14,483 \text{ m.} \quad (12)$$

Zatem gdy rozpatruje się przypadki małych długości cięciw, promień  $R_{AB}$  jest bardzo podatny na dokładność pomiaru geodezyjnego.

Wśród wykresów podanych na Rys. 8c można wyróżnić dwie grupy. Pierwsza grupa wykazuje bardzo duże wahania wartości  $R$  w zależności od przyjętych punktów A i B. Są to punkty 7 i 8, gdzie występują znaczne zmiany promienia krzywizny w okolicy punktu C. W przypadku punktów 10, 11 i 12 wartości ekstremalne są znacznie mniejsze. Zgodnie ze wzorem (8) w pierwszej grupie punktów należy spodziewać się znacznej zmiany kształtu powłoki w analizowanym punkcie C. Zgodnie z wynikami zamieszczonymi w Tabl. 2 występują tutaj obydwa przypadki,  $+r$  i  $-r$ . Interesująca jest druga grupa wykresów o stabilnych wartościach  $R$  w całym zestawie punktów A i B, jak w przypadku punktu 9. Wówczas może występować stała wartość promienia krzywizny w całej okolicy punktu centralnego.

## 8. SPROWADZENIE BAZY POMIAROWEJ DO WYCINKA KOŁA

W praktyce nie występuje globalny, a więc jednolity promień krzywizny  $R$  w górnej części pasma obwodowego powłoki, jak na Rys. 3. Konstrukcja podlega ciągłej deformacji w trakcie budowy i eksploatacji, a jej postać odbiega od wycinka okręgu, na dodatek z lokalnymi wybruzszeniami. Można jedynie uzyskać idealną geometrię pasma obwodowego przez

When the length of chord  $AB$  is too small, the above method of calculating  $R$  on the basis of the coordinates of points A, C and B yields unstable results. A case when point 8 is in state K is analysed.  $R = 13.85$  m and  $R_{AB} = 14.75$  m are obtained from the graphs when the distance between points 7 and 9, as (A) and (B), amounts to  $2E = 2 \cdot 1.2$  m. Under these assumptions, from formula (6) one gets:

$$F = 13.85 - \sqrt{13.85^2 - 1.2^2} = 0.05208 \text{ m.} \quad (10)$$

Whereas from formula (9) one gets the following displacement with a radial direction:

$$\begin{aligned} r &= 14.6979 - \sqrt{14.6979^2 + 0.10416 \cdot 0.90} = \\ &= 0.003188 \text{ m.} \end{aligned} \quad (11)$$

The above value is very low, but it has a significant effect on  $R_{AB}$  in relation to  $R$ . For this reason precise levelling is required to measure the geodetic coordinates. When a measuring accuracy of 1 mm (and so  $F = 0.053$  m), overrated in comparison with (10), is assumed, one gets from formula (8) the radius of curvature:

$$R_{AB} = \frac{(0.053 - 0.0032)^2 + 1.2^2}{2 \cdot 0.0498} = 14.483 \text{ m.} \quad (12)$$

This means that for small chord lengths radius  $R_{AB}$  is very susceptible to geodetic measurement accuracy.

The graphs shown in Fig. 8c can be divided into two groups. One of the groups shows a very wide variation in  $R$  depending on the adopted points A and B. These are points 7 and 8 where marked changes in curvature radii occur in the neighbourhood of point C. In the case of points 10, 11 and 12, the extreme values are considerably lower. According to formula (8), in the first group of points one should expect a considerable change in the shape of the shell in the analysed point C. As regards the results presented in Table 2, both cases occur here:  $+r$  and  $-r$ . The second group of graphs with stable values  $R$  in the whole set of points A and B, as in the case of point 9, is interesting. Then the radius of curvature can be constant in the whole neighbourhood of the central point.

## 8. REDUCTION OF MEASURING BASE TO CIRCULAR SECTOR

In practice no global (and so uniform) curvature radius  $R$  (as in Fig. 3) occurs in the upper part of the shell's circumferential section. The structure undergoes continuous deformation in the course of its construction and service life, and its form departs from a circular sector and furthermore local bulges appear. One can obtain an ideal geometry of the circumferential section by reducing the

sprawdzenie współrzędnych bazy pomiarowej do wycinka koła dla jednej, wybranej sytuacji pomiarowej.

W Tabl. 3 podano korektę współrzędnej pionowej punktów pomiarowych, gdy założono stałą wartość  $R(N) = 14,3417$  m w momencie rozpoczęcia rozbiórki naziomu (stan N), a więc w początkowej sytuacji pomiarowej. Przyjęto jako  $R(N)$  wartość pośrednią spełniającą warunek minimalnych odchyлеń od punktów pomiarowych. Gdyby zastosować tylko jeden z rozpatrywanych układów A C B, wartości  $r$  w tych punktach byłyby z założenia zerowe.

Table 3. Corrections for vertical coordinate of measuring points [mm]

Tablica 3. Korekta pionowej współrzędnej punktów pomiarowych [mm]

Measuring points / Punkty pomiarowe											
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
-14.7	-2.78	1.21	9.55	2.92	-2.92	-1.11	0.59	-0.71	4.91	2.92	

Wartości  $r$  podane w Tabl. 3 są niewielkie w odniesieniu do założonego  $R$ , ale znacznie wpływają na obliczane promienie krzywizny. Uwidacznia się to podczas porównania wykresów przedstawionych na Rys. 9 i 10, gdzie występuje wyraźne złagodzenie lokalnych wartości  $R$ . Zatem efekty lokalne widoczne na Rys. 9 są spowodowane odchyleniami geodezyjnymi punktów pomiarowych od globalnej linii pasma obwodowego powłoki. Efekt deformacji powłoki jako skutek oddziaływania gruntu widoczny jest w porównaniu promieni krzywizny pomiędzy poszczególnymi fazami budowlanymi, np. N-K czy M-K.

Na Rys. 10 przedstawiono wykresy  $R$  również w pozostałych stanach analizy uzyskane przy podanych wcześniej założeniach. Do określania wartości promienia krzywizny wykorzystano schemat podany na Rys. 7, a w obliczeniach uwzględniono współrzędne punktów pomiarowych z Tabl. 1 skorygowane o wartości z Tabl. 3. Zmodyfikowane położenia punktów pomiarowych z jednej fazy (na jednym rysunku) dotyczą wszystkich stanów rozbiórki zasypki – N, K i M – gdy w jednym wybranym stanie występuje globalny, stały promień krzywizny.

Sprawdzanie punktów pomiarowych do wycinka okręgu można traktować jako zabieg geometryczny, wyłącznie obliczeniowy. Jest on skuteczny w redukcji efektów lokalnych, przedstawionych na Rys. 9. W dalszym ciągu istotne są współrzędne uzyskane z pomiarów geodezyjnych, podane w Tabl. 1. Punkty te z natury rzeczy rozmieszczone są losowo, chociaż dobrane z zamiarem ich regularnego rozlożenia.

measuring base coordinates to a circular sector for only one selected measuring situation.

Table 3 gives corrections for the vertical coordinate of the measuring points when constant  $R(N) = 14,3417$  m is assumed at the start of surcharge disassembly (state N), i.e. in the initial measuring situation. An intermediate  $R(N)$  value satisfying the condition of minimal deviation from the measuring points was adopted. If only one of the considered A C B systems was assumed, the values of  $r$  in these points would by assumption amount to zero.

The values of  $r$  given in Table 3 are low in comparison with the assumed  $R$ , but they have a significant effect on the calculated radii of curvature. This becomes evident when one compares the graphs presented in Figs 9 and 10, where the local values of  $R$  clearly diminish. This means that the local effects visible in Fig. 9 are caused by deviations of the measuring points from the global line of the shell's circumferential section. The shell deformation effect stemming from the action of the soil becomes visible when one compares the radii of curvature between the particular construction phases, e.g. N-K or M-K.

Fig. 10 also shows graphs of  $R$  for the other analytical states, obtained under the assumptions given above. The diagram shown in Fig. 7 was used to calculate curvature radius values, taking into account the measuring point coordinates contained in Table 1, corrected using the correction values given in Table 3. The modified positions of the measuring points from one phase (in one figure) apply to all the backfill disassembly states (N, K and M) when a constant global radius of curvature occurs in one selected state.

The reduction of the measuring points to a circular sector can be regarded as an exclusively computational geometric treatment. It is effective in reducing the local effects presented in Fig. 9. Still the coordinates obtained from geodetic measurements, given in Table 1, are key. These points are naturally randomly distributed, even though selected with an intention to arrange them regularly.

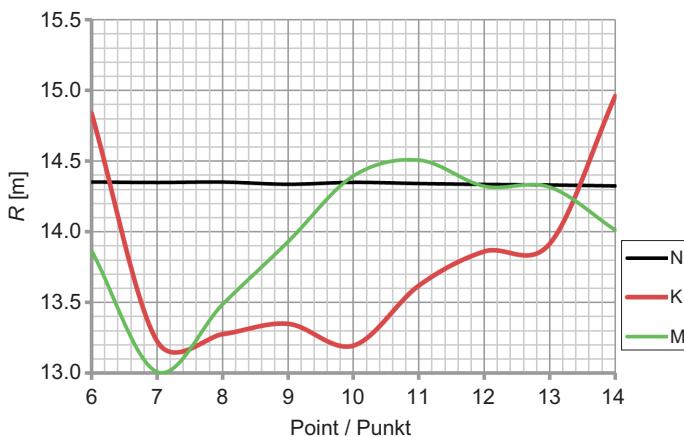


Fig. 10. Changes in radius of curvature during backfill disassembly  
Rys. 10. Zmiany promieni krzywizny podczas rozbiórki zasypki

## 9. NAPRĘŻENIA NORMALNE POCHODZĄCE OD ZGINANIA

Algorytm przedstawiony w pracy oparty jest na wynikach pomiarów geodezyjnych. Parametrem geometrycznym wykorzystywanym w pracy do badania deformacji powłoki w obiekcie jest zmiana krzywizny. Uzyskuje się go na podstawie promieni krzywizny  $R_i$  odniesionych do wartości początkowej (lub projektowej)  $R$  w wybranym przekroju:

$$\kappa = \frac{R - R_i}{R \cdot R_i}. \quad (13)$$

Zmiana krzywizny służy do szacowania momentu zginającego [2, 3, 8]:

$$M = EI \cdot \kappa, \quad (14)$$

gdzie  $EI$  jest sztywnością na zginanie blachy falistej. Wartość naprężenia normalnego  $\sigma$  pochodzącego od zginania momentem  $M$  można obliczyć z (14) po uwzględnieniu wskaźnika zginania  $W$ , jak we wzorze:

$$\sigma = \frac{M}{W} = E \frac{f + t}{2} \kappa. \quad (15)$$

W pracy analizuje się obiekt w Rydzynie. Stały czynnik występujący we wzorze (15) jest wartością charakterystyczną dla danej geometrii blachy falistej SC 380 × 140 × 7 (SC  $a \times f \times t$ ), a jego wartość wynosi:

$$E \frac{f + t}{2} = 205000 \frac{0,140 + 0,007}{2} = 15,07 \text{ MN/m}. \quad (16)$$

Z wykresu podanego na Rys. 9 wynika, że przed rozpoczęciem rozbiórki zmiana krzywizny w punkcie 8 wynosi:

$$\kappa_{proj}(8) = \frac{R(N) - R}{R(N) \cdot R} = \frac{16,45 - 13,735}{16,45 \cdot 13,735} = \\ = 12,02 \cdot 10^{-3} [\text{l/m}]. \quad (17)$$

## 9. NORMAL STRESS RESULTING FROM BENDING

The algorithm presented in this paper is based on the results of geodetic measurements. The geometric parameter used here to examine the deformation of the shell in the structure is the change in curvature, determined on the basis of curvature radii  $R_i$  in relation to the initial (or design) value of  $R$  in the selected section:

$$\kappa = \frac{R - R_i}{R \cdot R_i}. \quad (13)$$

The change in curvature is used to estimate the bending moment [2, 3, 8]:

$$M = EI \cdot \kappa, \quad (14)$$

where  $EI$  the bending stiffness of the corrugated plate. Normal stress  $\sigma$  resulting from bending with moment  $M$  can be calculated from (14), taking into account bending index  $W$ , as in the formula:

$$\sigma = \frac{M}{W} = E \frac{f + t}{2} \kappa. \quad (15)$$

The object of the investigations in this paper is the corrugated steel buried structure in Rydzyna. The constant factor which occurs in formula (15) is a value characteristic of the given geometry of corrugated plate SC 380 × 140 × 7 (SC  $a \times f \times t$ ), and it amounts to:

$$E \frac{f + t}{2} = 205000 \frac{0,140 + 0,007}{2} = 15,07 \text{ MN/m}. \quad (16)$$

It appears from the graph shown in Fig. 9 that before disassembly starts the change in curvature in point 8 amounts to:

$$\kappa_{design}(8) = \frac{R(N) - R}{R(N) \cdot R} = \frac{16,45 - 13,735}{16,45 \cdot 13,735} = \\ = 12,02 \cdot 10^{-3} [\text{l/m}]. \quad (17)$$

A lower value is obtained for the shell's crown, i.e. point 10, as:

$$\kappa_{design}(10) = \frac{R(K) - R}{R(K) \cdot R} = \frac{12,45 - 13,735}{12,45 \cdot 13,735} = \\ = -7,51 \cdot 10^{-3} [\text{l/m}]. \quad (18)$$

In the calculations the radii of curvature were related to the design value of  $R = 13,735$  m. The largest change in the radius of curvature noted in the investigations occurred in point 8 between state N and state M, i.e. during the disassembly of the surcharge. In the considered case, the following was obtained:

$$\kappa_{NM} = \frac{R(N) - R(M)}{R(N) \cdot R(M)} = \frac{16,45 - 15,05}{16,45 \cdot 15,05} = \\ = 5,86 \cdot 10^{-3} [\text{l/m}]. \quad (19)$$

W przypadku klucza powłoki, czyli punktu 10, otrzymuje się mniejszą wartość, bo:

$$\kappa_{proj}(10) = \frac{R(K) - R}{R(K) \cdot R} = \frac{12,45 - 13,735}{12,45 \cdot 13,735} = -7,51 \cdot 10^{-3} [1/m]. \quad (18)$$

W obliczeniach odniesiono promień krzywizny do wartości projektowej  $R = 13,735$  m. Największa zmiana promienia krzywizny otrzymana w badaniach wystąpiła w punkcie 8 pomiędzy stanami N i M, czyli w fazie rozbiórki naziomu. W rozpatrywanym przypadku uzyskano:

$$\kappa_{NM} = \frac{R(N) - R(M)}{R(N) \cdot R(M)} = \frac{16,45 - 15,05}{16,45 \cdot 15,05} = 5,86 \cdot 10^{-3} [1/m]. \quad (19)$$

Gdyby przyjąć zmianę promienia krzywizny obliczoną w (17), otrzyma się wartość naprężenia normalnego:

$$\sigma = 15,07 \cdot 12,02 = 181,14 \text{ MPa}. \quad (20)$$

W przypadku przyjęcia korekty współrzędnych i wyników podanych na Rys. 10 dla punktu 7 uzyskuje się:

$$\kappa_{NM} = \frac{R(N) - R(M)}{R(N) \cdot R(M)} = \frac{14,3417 - 13,0}{14,3417 \cdot 13,0} = 7,196 \cdot 10^{-3} [1/m], \quad (21)$$

a stąd wartość naprężenia normalnego:

$$\sigma = 15,07 \cdot 7,196 = 108,4 \text{ MPa}. \quad (22)$$

Z wykresu podanego na Rys. 10 wynika, że maksymalna wartość naprężenia nie powstała w kluczu powłoki, czyli w punkcie 10.

W przypadku obiektów o rekordowych wymiarach, jak w konstrukcji wybudowanej w Rydzynie, podstawowym układem pomiarowym były czujniki tensometryczne. Wobec tego wyniki obliczeń naprężzeń uzyskane z pomiarów geodezyjnych można odniesić do wyników otrzymanych z odkształceń jednostkowych [1, 3, 6]. Rezultaty te powiązano z wypiętrzeniem klucza podczas budowy obiektu i zestawiono na Rys. 11.

W początkowym okresie budowy wykresy  $\sigma$  uzyskane dla krawędzi dolnej blachy falistej D i górnej G są bardzo podobne. Świadczy to o dużym udziale zginania w naprężeniach normalnych w materiale powłoki. W sytuacji, gdy zasypka układana jest nad powłoką, przebiegi naprężzeń są rozbieżne, co świadczy o wzrastającym znaczeniu sił osiowych. Wraz z redukcją wypiętrzenia zmniejszają się również naprężenia. Obserwację tych zmian w zależności od grubości zasypki  $z_g$  ułatwiają dane z Tabl. 4 i wykres przedstawiony na Rys. 4.

If the change in the radius of curvature, calculated from (17), is assumed, one gets the normal stress:

$$\sigma = 15,07 \cdot 12,02 = 181,14 \text{ MPa}. \quad (20)$$

If the correction for the coordinates and the results given in Fig. 10 are assumed, one gets for point 7:

$$\kappa_{NM} = \frac{R(N) - R(M)}{R(N) \cdot R(M)} = \frac{14,3417 - 13,0}{14,3417 \cdot 13,0} = 7,196 \cdot 10^{-3} [1/m], \quad (21)$$

hence the normal stress amounts to:

$$\sigma = 15,07 \cdot 7,196 = 108,4 \text{ MPa}. \quad (22)$$

It appears from the graph shown in Fig. 10 that the maximum stress did not arise in the shell's crown (point 10).

In the case of corrugated steel structures of record dimensions and the structure built in Rydzyna, strain gauge sensors were used as the basic measuring system. Therefore the stress values calculated from the geodetic measurements can be related to the results calculated from the unit strains [1, 3, 6]. The results have been interrelated with the crown uplift and are presented in Fig. 11.

In the initial phase of construction the graphs of  $\sigma$  for bottom corrugated plate D and top corrugated plate G are very similar. This indicates a large fraction of bending in the normal stress in the shell. When backfill is being placed over the shell, the stress graphs become divergent, which is indicative of an increasing role of axial forces. As the uplift decreases, so do the stresses. The changes depending on backfill thickness  $z_g$  can be traced on the basis of the data contained in Table 4 and the diagram presented in Fig. 4.

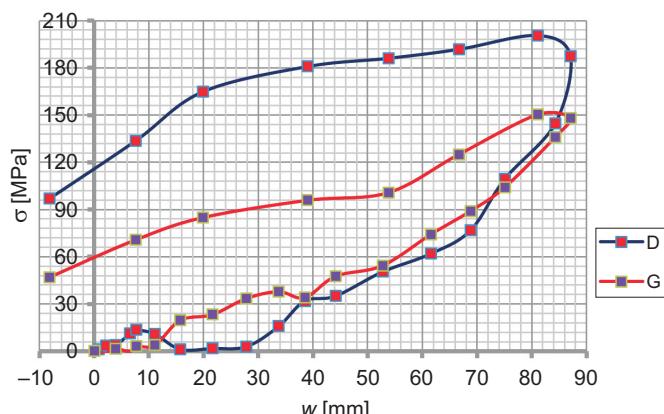


Fig. 11. Changes in normal stresses in corrugated plate during backfill placement

Rys. 11. Zmiany naprężzeń normalnych w blasze falistej podczas układania zasypki

Table. 4. Changes in uplift  $w$  [mm] depending on backfill thickness  $z_g$  [m]  
 Tablica 4. Zmiany wypiętrzenia  $w$  [mm] w zależności od grubości zaśypki  $z_g$  [m]

$z_g$ [m]	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	7
$w$ [mm]	20	30	37	50	59	72	81	61	30

Wynika stąd, że naprężenie normalne w powłoce jako efekt zginania jest znacznie większe od udziału siły osiowej. Wartość naprężenia dotyczy obserwacji pomiędzy stanami budowlanymi M-K, a więc w fazie układania zasypki do poziomu klucza. Należy jednak pamiętać o odmiennym stanie zasypki układanej w procesie budowlanym w odniesieniu do skonsolidowanego gruntu podczas rozbiórki. Oszacowane wartości naprężen obliczone na podstawie pomiarów geodezyjnych potwierdzono w wynikach badań tensometrycznych.

## 10. WNIOSKI

Zwykle deformacje oraz naprężenia w powłoce powstałe podczas budowy są wielokrotnie większe od skutków obciążień użytkowych w wybudowanym obiekcie [1, 2, 8]. Z tego powodu fazie budowy poświęca się wiele uwagi, a w przypadku obiektów specjalnych stosuje monitoring w trakcie układania zasypki gruntowej [1, 4, 14, 15, 22]. W pracy rozpatruje się przypadek stosowania gęstej siatki punktów, rozmieszczonych na paśmie obwodowym powłoki, jako bazy pomiarów geodezyjnych. Na podstawie współrzędnych tych punktów śledzi się deformację powłoki w postaci zmiany promieni krzywizny w paśmie obwodowym powłoki. Zgromadzone dane służą do tworzenia wykresów momentów zginających w górnej części powłoki.

W algorytmie przedstawionym w artykule wyniki pomiarów współrzędnych są korygowane tak, aby utworzyć wycinek okręgu. W ten sposób punkty pomiarowe – z natury rzeczy rozmieszczone nieregularnie – tworzą linię punktów położonych idealnie w osi ciężkości pasma obwodowego blachy falistej. Wycinek koła jest traktowany jako linia odnosząca, np. w fazie montażowej, podczas analiz sytuacji na obiekcie. Algorytm może być wykorzystany również do monitoringu betonowych obiektów gruntowo-powłokowych [22]. W ogólności dotyczy to nie tylko konstrukcji o przeznaczeniu ekologicznym, ale także obiektów drogowych i kolejowych. W tych przypadkach analizuje się skutki długotrwałego użytkowania obiektu komunikacyjnego poddanego obciążeniom wielokrotnie zmiennym.

## BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] Machelski C.: Badanie konstrukcji gruntowo-powłokowych. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 2020
- [2] McVay M., Papadopoulos P.: Long-term behavior of buried large-span culverts. Journal of Geotechnical Engineering, **112**, 4, 1986, 424-442

It follows from the above that the share of bending-induced normal stress in the shell is considerably larger than that of the axial force. The stress values apply to observations recorded between construction states M-K, i.e. during backfill placement up to the crown level. However, one should bear in mind that the state of the backfill placed during construction differs from that of the consolidated ground during disassembly. The stress values calculated on the basis of the geodetic measurements were corroborated by the tensometric measurement results.

## 10. CONCLUSIONS

The deformations and stresses in the shell which arose during construction are usually many times greater than the effects of the operational loads in the built structure [1, 2, 8]. For this reason much attention is devoted to the construction phase and in the case of special structures, monitoring is used in the course of backfill placement [1, 4, 14, 15, 22]. This paper discusses a case when a dense grid of points arranged on the shell's circumferential section is used as a geodetic measurements base. By means of the coordinates of these points the shell's deformation as the change in the radii of curvature in its circumferential section is traced. The data acquired in this way are used to plot graphs of bending moments in the upper part of the shell.

By means of the algorithm presented in this paper the results of coordinate measurements are corrected so as to create a circular sector. In this way the measuring points (naturally distributed irregularly) form a line of points situated ideally on the axis of gravity of the circumferential section of the corrugated plate. The circular sector is treated as a reference line, e.g. in the assembly phase, in analyses of the state of the structure. The algorithm can also be used to monitor concrete soil-shell structures [22]. Generally, this applies not only to structures built for ecological purposes, but also to road and railway structures. In the latter cases, the effects of the long-term use of a transport infrastructure facility subjected to repeatedly variable loads are analysed.

- [3] Machelski C.: Soil-steel structure shell displacement functions based on tensometric measurements. Studia Geotechnica et Mechanica, **40**, 3, 2018, 170-179, DOI: 10.2478/sgem-2018-0020

- [4] Machelski C., Michalski J.B., Janusz L.: Deformation Factors of Buried Corrugated Structures. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **2116**, 1, 2009, 70-75, DOI: 10.3141/2116-10
- [5] Maleska T., Bęben D.: Numerical analysis of soil-steel bridge during backfilling using various shell models. *Engineering Structures*, **196**, 1, 2019, 109358, DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.109358
- [6] Miśkiewicz M., Sobczyk B., Tysiac P.: Non-Destructive Testing of the Longest Span Soil-Steel Bridge in Europe-Field Measurements and FEM Calculations. *Materials*, **13**, 16, 2020, 3652, DOI: 10.3390/ma13163652
- [7] Bęben D.: Application of the interferometric radar for dynamic tests of corrugated steel plate (CSP) culvert. *NDT & E International*, **44**, 5, 2011, 405-412, DOI: 10.1016/j.ndteint.2011.04.001
- [8] Machelski C.: The use of the collocation algorithm for estimating the deformation of soil-shell objects made of corrugated sheets. *Studia Geotechnica et Mechanica*, **42**, 4, 2020, 319-329, DOI: 10.2478/sgem-2019-0048
- [9] Machelski C.: Effects of surrounding earth on shell during construction of flexible bridge structure. *Studia Geotechnica et Mechanica*, **41**, 2, 2019, 67-73, DOI: 10.2478/sgem-2019-0002
- [10] Ahmed M.R., Tran V.D.H., Meguid M.A.: On the role of geogrid reinforcement in reducing earth pressure on buried pipes: experimental and numerical investigations. *Soils and Foundations*, **55**, 3, 2015 588-599, DOI: 10.1016/j.sandf.2015.04.010
- [11] Yu W.S., Li Z.L., Xie X.R., Guo L.Y.: Experimental study on earth pressure of corrugated steel culvert under high fill embankment. *Applied Mechanics and Materials*, **405-408**, 2013, 1815-1819, DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.405-408.1815
- [12] Vaslestad J.: Soil structure interaction of buried culverts. *Institutt for Geoteknikk, Norges Tekniske Høgskole, Universitetet i Trondheim*, 1990
- [13] Kunecki B.: Field test and three-dimensional numerical analysis of soil-steel tunnel during backfilling. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **2462**, 1, 2014, 55-60, DOI: 10.3141/2462-07
- [14] Machelski C.: Zmiany promienia krzywizny powłoki mostowej obiektu gruntowo-powłokowego podczas budowy. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **9**, 4, 2010, 47-67
- [15] Korusiewicz L.: Weryfikacja metody szacowania momentów zginających w obiektach gruntowo-powłokowych na podstawie deformacji powłoki. *Roads and Bridges - Drogi i Mosty*, **15**, 3, 2016, 221-230, DOI: 10.7409/rabdim.016.014
- [16] Pettersson L., Flaner E.B., Sundquist H.: Design of soil-steel composite bridges. *Structural Engineering International*, **25**, 2, 2015, 159-172, DOI: 10.2749/101686614X14043795570499
- [17] Sobótka M., Łydżba D.: Live load effect in soil-steel flexible culvert: role of apparent cohesion of backfill. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, **26**, 2, 2022, 620-634, DOI: 10.1080/19648189.2019.1670264
- [18] Wadi A., Pettersson L., Karoumi R.: Flexible culverts in sloping terrain: Numerical simulation of soil loading effects. *Engineering Structures*, **101**, 2015, 111-124, DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.07.004
- [19] Bęben D., Wrzeciono M.: Numerical analysis of soil-steel composite (SSC) culvert under static loads. *Steel and Composite Structures*, **23**, 6, 2017, 715-726, DOI: 10.12989/scs.2017.23.6.715
- [20] Bęben D.: Experimental study on the dynamic impacts of service train loads on corrugated steel plate culvert. *Journal of Bridge Engineering*, **18**, 4, 2013, 339-346, DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000395
- [21] Milewski S.: Meshless Finite Difference Method with Higher Order Approximation-Applications in Mechanics. *Archives of Computational Methods in Engineering*, **19**, 1, 2012, 1-49, DOI: 10.1007/s11831-012-9068-y
- [22] Jenkins D.A.: Non-Linear Analysis of Buried Arch Structures. *Australasian Structural Engineering Conference*, Auckland, 1998, <https://www.interactiveds.com.au/Publications/auckland98.pdf> (11.10.2021)