

LESZEK KORUSIEWICZ<sup>1)</sup>

## VERIFICATION OF THE METHOD OF ESTIMATING BENDING MOMENTS IN SOIL-SHELL STRUCTURES ON THE BASIS OF SHELL DEFORMATION

## WERYFIKACJA METODY SZACOWANIA MOMENTÓW ZGINAJĄCYCH W OBIEKTACH GRUNTOWO-POWŁOKOWYCH NA PODSTAWIE DEFORMACJI POWŁOKI

**STRESZCZENIE.** Praca dotyczy mostowych obiektów gruntowo-powłokowych o łukowym kształcie przekroju poprzecznego powłok, wykonanych ze stalowej blachy falistej. Podczas układania zasypki gruntowej powłoka o takim kształcie ulega wypiętrzeniu w kluczu i zwężeniu w pachwinie. Na podstawie pomiarów tych przemieszczeń odwzorowuje się jej deformację. Dzięki znacznym wartościom przemieszczeń występującym podczas zasypania pomiary te mogą być realizowane z użyciem technik geodezyjnych. Umożliwia to śledzenie na budowie zmian deformacji powłoki wraz z postępem robót na obiekcie. W pracy poddano analizie dokładności metodę szacowaną momentów zginających – głównego czynnika wpływającego na wartość naprężenia normalnych w powłoce – na podstawie zmiany krzywizny w jej kluczu, określonej z pomiarów przemieszczeń. Analizę porównawczą oparto na wynikach pomiarów i obliczeń uzyskanych na wybudowanym obiekcie. Wykorzystano do tego celu powłokę o kształcie łukowym, wykonaną z pojedynczej blachy o wysokim profilu (Super Cor). W badaniach tych dokonano jednocześnie pomiarów odkształcenia jednostkowego powłoki, które wykorzystano do określenia momentów zginających, pozwalających na niezależną weryfikację wyników obliczeń.

**SŁOWA KLUCZOWE:** deformacja powłoki, momenty zginające, naprężenia, obiekty gruntowo-powłokowe, odkształcenia.

**ABSTRACT.** The paper concerns soil-shell bridge structures of arch cross-section made from corrugated plates. During backfilling the shell crown is deflected upwards and the sides move inwards at the shoulder (haunch) level. The measured displacements are used to represent the arch deformation. With large displacements that typically occur during backfilling it is possible to measure them with surveying instruments. This enables monitoring the changes in the shell deformations on site as the work proceeds. This study analyses the accuracy of the method to estimate the bending moments induced in the structure – the main factor influencing the values of normal stresses in the shell – on the basis of the deformation of curvature at the crown, determined by measuring the displacements. The measurements and calculations carried out for an existing structure were used for comparative analysis. The structure identified for this purpose is an arch shell made of single, deep-corrugated metal plate (Super Cor). The experimental study included measurement of unit strain of the shell to determine the bending moments used for independent verification of the computed values.

**KEYWORDS:** bending moments, shell deformation, soil-shell structures, strains, stresses.

DOI: 10.7409/rabdim.016.014

<sup>1)</sup> Wydział Mechaniczny, Politechnika Wrocławskiego, ul. Łukasiewicza 5-7, 50-371 Wrocław; leszek.korusiewicz@pwr.wroc.pl

## 1. WPROWADZENIE

Na terenie firmy ViaCon w Rydzynie wybudowano, do celów badawczych, obiekt gruntowo-powłokowy ze stalowej blachy falistej. W trakcie procesu zasypywania dokonywano pomiarów przemieszczeń wybranych punktów stalowej powłoki, które pozwoliły na oszacowanie momentów zginających w kluczu powłoki, zgodnie z algorytmem przedstawionym w pracach [1, 2]. Jednocześnie z pomiarami przemieszczeń wykonano pomiary odkształceń powłoki za pomocą czujników tensometrycznych, co pozwoliło na niezależne wyznaczenie momentów zginających w analizowanych przekrojach. Traktując tak wyznaczone wartości momentów zginających jako dokładne można zweryfikować metodę ich szacowania na podstawie pomiaru przemieszczeń powłoki [1, 2].

W większości obiektów gruntowo-powłokowych o kształcie łukowym największe naprężenia normalne w blachach falistych występują w trakcie budowy. Podczas układania zasypki gruntowej pojawia się charakterystyczna deformacja pasma obwodowego powłoki, przedstawiona na Rys. 1. Z uwagi na znaczne wartości przemieszczeń występujące podczas układania zasypki pomiary są realizowane z użyciem technik geodezyjnych. W pracy przemieszczenia te wykorzystano do obliczeń zmiany krzywizny w kluczu powłoki, co pozwoliło na wyznaczenie momentu zginającego – głównego czynnika wpływającego na naprężenia w powłoce. Zmierzone w ten sposób przemieszczenia umożliwiają śledzenie zmian momentu zginającego w kluczu powłoki wraz z postępem prac zasypowych na obiekcie [1].

## 2. BADANY OBIEKT

W pracy podano wyniki pomiarów uzyskanych podczas budowy obiektu przedstawionego na Rys. 2. Zasadnicze parametry geometryczne, określające kształt powłoki, podane na Rys. 2 to: rozpiętość  $L = 17,594$  m i jej wysokość  $h = 5,459$  m. W fazie budowy istotnym parametrem jest poziom zasypki gruntowej  $z_g$  oraz jej wysokość (a zatem i grubość ponad kluczem) po zakończeniu budowy  $H = 7,26$  m. W przekroju poprzecznym powłoki ze stalowej blachy falistej SC 380×140×7 (SC  $a \times f \times t$  mm) wyróżnia się promień krzywizny pasma obwodowego w obszarze klucza  $R = 13,735$  m oraz w pachwinie (narożu)  $R_n$ .

Pomiary realizowano po wykonaniu każdej warstwy zasypki, czyli co  $z_g = 0,3$  m. Odkształcenia jednostkowe miernono z użyciem tensometrów naklejonych na środkowym paśmie obwodowym powłoki, a pomiary przemieszczeń wykonywano za pomocą tachymetru cyfrowego. Deformację powłoki, powstałą w procesie budowy obiektu

## 1. INTRODUCTION

The analysed soil-shell structure made from corrugated plates was built specially for the purposes of this research project at the ViaCon site in Rydzyna. Displacements at specific points on the steel shell were measured during backfilling to estimate the bending moments at the crown using the algorithm described in [1, 2]. Besides the displacements also the shell strains were measured using the strain gauge sensors, enabling independent determination of the bending moments in the analysed cross-sections. Assuming that the bending moments determined in this way are accurate, they can be used for verifying the method in order to estimate the bending moments on the basis of experimentally determined displacements [1, 2].

Generally, in soil-shell structures in the form of an arch the highest normal stresses are induced during construction. In the process of backfilling the ring acquires a characteristic deformed shape as presented in Fig. 1. With large displacements that then occur it is possible to measure them with surveying instruments. In the study these displacements are used to calculate the curvature change at the shell crown, enabling determination of the bending moment – the main determinant of the stresses induced in the shell. The displacements measured in this way allow keeping track of the changes of bending moment at the shell crown as the backfilling proceeds [1].

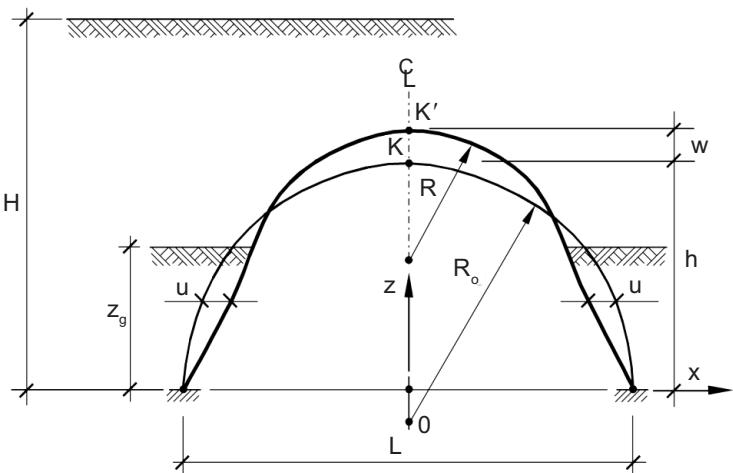


Fig. 1. Schematic diagram of shell deformation [2]  
Rys. 1. Schemat deformacji powłoki [2]

## 2. DESCRIPTION OF THE STRUCTURE UNDER ANALYSIS

The results of measurements given in this paper concern the structure presented in Fig. 2 during construction.

gruntowo-powłokowego, określają dwa przemieszczenia przedstawione na Rys. 1, czyli wypiętrzenie  $w$  oraz zmiana poziomego jej wymiaru  $2u$ , tj. zwężenie. Zależy ono od położenia punktów pomiarowych, jak na Rys. 2. Proporcje pomiędzy przemieszczeniami  $w$  oraz  $u$  podlegają charakterystycznym zmianom w procesie układania zasypki [1-5]. Z uwagi na bezpieczeństwo powłoki w obiekcie gruntowo-powłokowym istotna jest faza układania zasypki, gdy osiąga ona poziom klucza. Wówczas występują największe momenty zginające i ugięcia. W związku z powyższym tej właśnie fazie budowy poświęcono najwięcej uwagi.

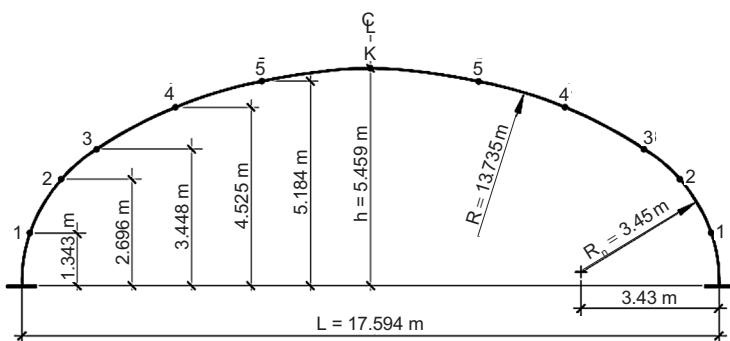


Fig. 2. Locations of measurement points on the shell ring [2]  
Rys. 2. Położenie punktów pomiarowych pasma obwodowego powłoki [2]

### 3. ZALEŻNOŚĆ MOMENTU ZGINAJĄCEGO OD DEFORMACJI POWŁOKI

Użyteczna do szacowania momentu zginającego jest zmiana promienia krzywizny powłoki. Wycinek pasma obwodowego w obszarze klucza powłoki wygięty jest w procesie wytwarzczym w taki sposób, że jego promień krzywizny jest równy  $R$ . Wskutek obciążen występujących poza analizowanym odcinkiem, o nieskończenie małej długości, powstaje moment zginający o wartości  $M$ . W przypadku pręta o małej krzywiźnie (dużym promieniu  $R$ ) zmiana tej krzywizny, wywołana momentem  $M$ , jest związana zależnością ze sztywnością elementu na zginanie  $EI_a$ :

$$\frac{M}{EI_a} = \frac{1}{R_{uw}} - \frac{1}{R}, \quad (1)$$

gdzie:

$E$  – moduł Younga,

$I_a$  – moment bezwadności przekroju na jednostkę długości,

$R_{uw}$  – promień krzywizny po odkształceniu.

The shell structure presented in Fig. 2 has the span of  $L = 17.594$  m and the height of  $h = 5.459$  m. An important parameter during construction is the backfill height  $z_g$  and its total height of  $H = 7.26$  m (this including the cover depth). The cross-section of the shell made of corrugated steel plate SC 380×140×7 (SC  $a\times f\times t$  mm) includes the top curvature radius  $R = 13.735$  m and the shoulder curvature radius of  $R_s$ .

The measurements were taken after placing each layer of backfill, i.e. at  $z_g = 0.3$  m intervals. The strains (deformation per unit length) were measured with strain gauges adhered with glue to the centre ring and a total station was used to measure the displacements. The shape deformation of the shell during construction is described by two displacements presented in Fig. 1: upward deflection  $w$  and the inward deflection of the shell sides  $2u$ . It depends on the distribution of the test points as shown in Fig. 2. During backfilling the  $w$  and  $u$  proportions change in a characteristic manner [1-5]. The moment when the backfill reaches the crown level is critical for the safety of the buried structure. This is because the bending moments and strains reach their maximum values at that time. Therefore, that stage of construction was chosen as the main focus of the analysis.

### 3. RELATIONSHIP BETWEEN THE BENDING MOMENT AND SHELL DEFORMATION

The change of the curvature radius can be effectively used to estimate the bending moments in the shell. The crown section of the ring is bent during production to the radius of  $R$ . Thrust loading outside the analysed section of infinitely small length creates bending moment having the value of  $M$ . For bar elements of small curvature (large radius  $R$ ) the change of that curvature, caused by the moment  $M$ , is related to the bending stiffness of the component  $EI_a$  by the following relationship:

where:

$E$  – Young's modulus,

$I_a$  – moment of inertia of the cross-section per unit length,

$R_{uw}$  – deformed curvature radius.

Różnice promieni krzywizny można wyrazić jako [2]:

The difference of curvature radii can be written as follows [2]:

$$\frac{1}{R_{uw}} - \frac{1}{R} = \frac{R - R_{uw}}{R \cdot R_{uw}} = \frac{\rho_{uw}}{100 R}, \quad (2)$$

po wprowadzeniu parametru:

$$\rho_{uw} = \frac{R - R_{uw}}{R_{uw}} \cdot 100\%. \quad (3)$$

Z równania (1) otrzymuje się związek momentu zginającego i zmiany krzywizny pasma obwodowego powłoki w postaci:

$$M_{uw} = \frac{EI_a}{100 R} \rho_{uw}. \quad (4)$$

Początkowy promień krzywizny powłoki  $R$  określa się jak dla koła opisanego na trójkącie równobocznym (Rys. 3a), którego podstawą jest odcinek  $2C$ , a wysokość  $F = \alpha R$ . Wówczas:

Now equation (1) can be rewritten to relate the bending moment and the change of curvature of the ring:

The initial curvature radius  $R$  is determined as it is done for circle circumscribed around an equilateral triangle, as shown in Fig. 3a, having section  $2C$  as the base and the height of  $F = \alpha R$ . Therefore:

$$R = \frac{F^2 + C^2}{2F}. \quad (5)$$

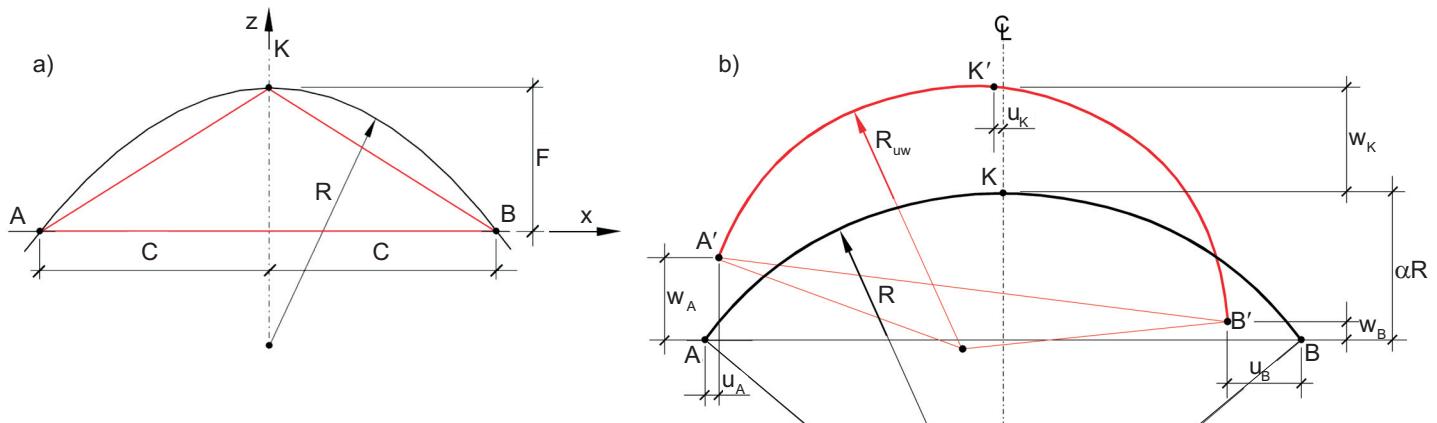


Fig. 3. Diagram for calculating: a) changes in the ring curvature radius [2], b) change of shape of the ring top section [1]

Rys. 3. Schemat obliczenia: a) zmian promienia krzywizny pasma obwodowego powłoki [2], b) zmian kształtu górnej części pasma obwodowego powłoki [1]

Parametry geometryczne  $F$  i  $C$  punktów pomiarowych odniesione do klucza powłoki przedstawiono w Tabl. 1.

Zmiana takiego promienia wynikająca z odkształcenia powłoki, a dokładniej z przemieszczeń charakterystycznych  $w$  i  $u$ , jest określona w równaniu:

The geometric parameters  $F$  and  $C$  of the measurement points in relation to the shell crown are given in Table 1.

The change of radius resulting from the shell deflection or, more precisely, from the characteristic displacements  $w$  and  $u$  can be calculated as follows:

$$R_{uw} = \frac{F_w^2 + C_u^2}{2F_w}. \quad (6)$$

Do określenia  $R_{uw}$  wykorzystuje się również formułę promienia opisanego na trójkącie przyjętym wcześniej do obliczenia  $R$ . Zmianę pierwotnych wymiarów określa wzór:

$$F_w = F + w \quad (7)$$

oraz

$$C_u = C - u . \quad (8)$$

Zgodnie z oznaczeniami podanymi na Rys. 3b wypiętrzenie względne, odniesione do poziomu  $\alpha R$ , oblicza się ze wzoru [1]:

$$w = w_k - \frac{1}{2}(w_A + w_B) . \quad (9)$$

Na tym samym poziomie zwężenie  $2u$  określane jest jako:

$$2u = u_A + u_B . \quad (10)$$

Przyjmując różne poziomy położenia punktów pomiarowych, służących do określenia zwężenia  $u$ , czyli parametru  $\alpha = F/R$ , uzyskuje się również odmienne funkcje  $\rho_{uw}$  z równania (3). Zilustrowano to na wykresach podanych na Rys. 4, sporządzonych dla analizowanej powłoki jak na Rys. 2. Zmiany parametru  $\rho_{uw}$  w funkcji wysokości zasypki charakteryzują się podobnym przebiegiem, jednak występuje duża różnica ich wartości w całym zakresie zmian  $z_g$ . Ważnym źródłem różnicy wyników  $\rho_{uw}$  jest położenie linii pomiarowej przemieszczenia  $u$ , będącej funkcją parametru  $\alpha$ .

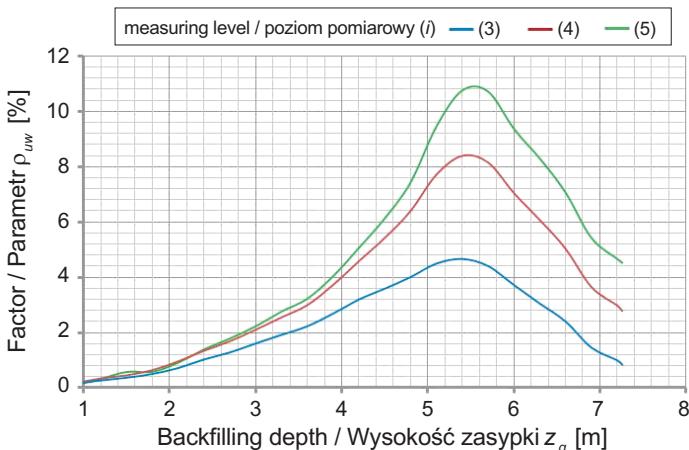


Fig. 4. Changes of curvature radii calculated on the basis of shell deflections [1]

Rys. 4. Zmiana promieni krzywizn obliczonych na podstawie deformacji powłoki [1]

Na podstawie wzoru (4) można obliczyć ekstremalne naprężenia normalne pochodzące od momentów zginających, jak w równaniu:

$$\sigma = \pm \frac{M_{uw}(f+t)}{2I_a} = \pm \frac{E(f+t)\rho_{uw}}{2R} \cdot \frac{100}{100} . \quad (11)$$

$R_{uw}$  is also determined through the circle circumscribed around the triangle earlier used for calculating  $R$ . The following equations are used to describe the change of the initial dimensions:

and

Using the designations from Fig. 3b the relative deflection in the upward direction in relation to level  $\alpha R$  can be calculated with the following equation [1]:

At that level the inward deflection  $2u$  is defined as follows:

Taking different levels of measurement points location used to define the inward deflection  $u$ , that is the  $\alpha = F/R$  parameter, yields different functions of  $\rho_{uw}$  from equation (3). This is illustrated in the graphs in Fig. 4 plotted for the analysed shell as in Fig. 2. The change of  $\rho_{uw}$  parameter as a function of the backfill height follows a similar path, yet the values vary considerably over the whole range of  $z_g$  variation. An important factor responsible for variation of  $\rho_{uw}$  is the location of the displacement reference line  $u$ , being a function of  $\alpha$ .

Table 1. Geometric parameters of the measurement points

Tablica 1. Parametry geometryczne punktów pomiarowych

Geometric parameter of the shell Parametr geometryczny powłoki	Measuring level Poziom pomiarowy ( $i$ )				
	1	2	3	4	5
$F_i = \alpha_i R$ [m]	4.116	2.763	2.011	0.934	0.275
$C_i = R\sqrt{\alpha_i(2-\alpha_i)}$ [m]	–	8.263	7.155	4.978	2.733
$\alpha_i$	0.2997	0.2012	0.1464	0.0680	0.0200

Equation (4) can be used to calculate the maximum normal stresses caused by bending moments as in the following equation:

We wzorze (11) występuje stały czynnik – dla analizowanej powłoki wynosi on:

$$\frac{EI_a}{2R} = 205000 \frac{140 + 7}{2 \cdot 13735} = 1097 \text{ MPa},$$

a we wzorze (4):

$$\frac{EI_a}{R} = 205 \cdot 10^6 \cdot 21,89745 \cdot 10^{-6} / 13,735 = 326,83 \text{ kNm/m}.$$

Wobec tego wykresy przedstawione na Rys. 4 można bezpośrednio przekształcić na wykresy zmian momentów zginających i naprężeń normalnych od nich pochodzących w funkcji  $z_g$ .

#### 4. ZALEŻNOŚĆ MOMENTU ZGINAJĄCEGO OD NAPRĘŻENIA NORMALNEGO W POWŁOCIE

Jedną z doświadczalnych metod wyznaczania naprężeń oraz sił wewnętrznych (momentów zginających i sił osiowych) w powłoce z blach falistych jest metoda oparta na pomiarze odkształceń jednostkowych  $\varepsilon$ . Pomiaru odkształceń powłoki dokonuje się najczęściej za pomocą czujników tensometrycznych umieszczanych w skrajnych włóknach (wierzchołku  $\varepsilon_g$  i dolinie  $\varepsilon_d$ ) fal blachy, jak na Rys. 5. Zmierzone odkształcenia są podstawą wyznaczenia naprężeń normalnych w kierunku obwodowym  $x$  (i do niego prostopadłym  $y$ ). Szczegóły dotyczące sposobu pomiaru odkształceń, wyznaczania naprężeń i sił wewnętrznych zostały przedstawione w pracach [6, 7].

Equation (11) includes a constant which for the analysed shell assumes the value of:

$$\frac{EI_a}{2R} = 1097 \text{ MPa},$$

and in equation (4) it is:

$$\frac{EI_a}{R} = 326,83 \text{ kNm/m}.$$

Hence, the graphs in Fig. 4 can be directly converted to the curves of bending moments vs. normal stresses caused by them as a function of the fill height  $z_g$ .

#### 4. RELATIONSHIP BETWEEN THE BENDING MOMENT AND NORMAL STRESS IN THE SHELL

One of the experimental methods used for determining the stresses and the internal forces (bending moments and axial forces) in corrugated shells is based on measuring the unit strain  $\varepsilon$ . The shell strains are most often measured with the use of strain gauges placed at the extreme fibres of the corrugations ( $\varepsilon_g$  at the crest and  $\varepsilon_d$  at the valley), as shown in Fig. 5. The measured strains are used to determine the normal stresses in direction  $x$  (and in direction  $y$  perpendicular to previous one). The details on the method of measuring the strains, determination of the stresses and internal forces are presented in [6, 7].

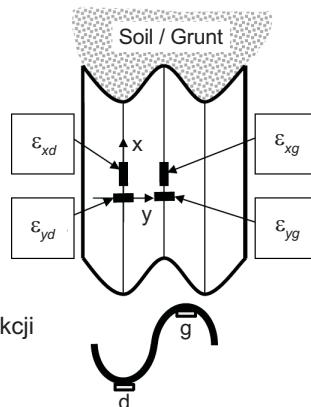


Fig. 5. Strain gauges locations on the inside surface of the structure  
Rys. 5. Rozmieszczenie tensometrów na wewnętrznej powierzchni konstrukcji

W blachach falistych konstrukcji gruntowo-powłokowych do wyznaczania naprężeń normalnych w kierunku obwodowym  $x$  wykorzystuje się zależność w postaci:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x, \quad (12)$$

lub

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_x + \nu \cdot \varepsilon_y), \quad (13)$$

The normal stresses in the direction  $x$  in corrugated plates of soil-shell structures are calculated with the following equations:

gdzie:  $\varepsilon_x$  jest odkształceniem w kierunku obwodowym (tak jak  $\sigma_x$ ),  $\varepsilon_y$  – odkształceniem do niego prostopadłym, a  $v = 0,3$  – współczynnikiem Poissona.

Na podstawie zmierzonych odkształceń i obliczonych ze wzoru (12) naprężeń na powierzchni dolnej  $\sigma_{xd}$  i górnej  $\sigma_{xg}$  fali oblicza się moment zginający w paśmie obwodowym powłoki jako:

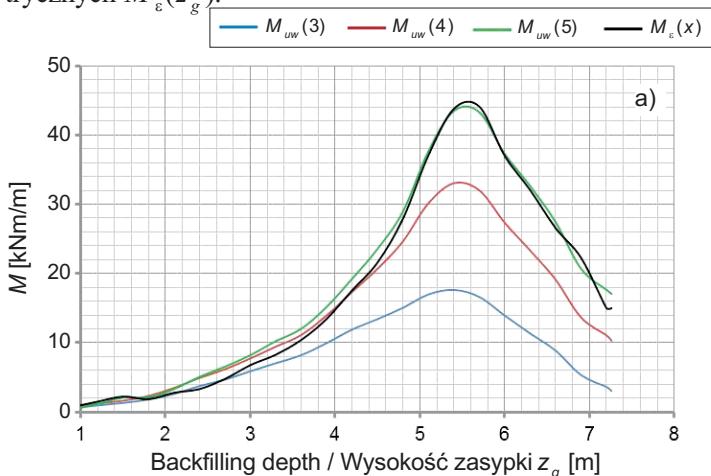
$$M_e(x) = (\sigma_{xg} - \sigma_{xd}) \frac{I_a}{f} = (\varepsilon_{xg} - \varepsilon_{xd}) \frac{EI_a}{f}. \quad (14)$$

W równaniu (14) występują wyłącznie odkształcenia  $\varepsilon_x$  w kierunku obwodowym pasma, uzyskane z pomiarów tensometrycznych. Przyjęto jako dodatni moment zginający, wywołujący odkształcenia i naprężenia rozciągające na krawędzi fali górnej oraz odwrotne na krawędzi dolnej.

Podstawiając obliczone z równania (13) naprężenia  $\sigma_{xg}$  i  $\sigma_{xd}$  do wzoru (14) uzyska się inne wartości momentów niż w przypadku korzystania ze wzoru (12):

$$M_e(x, y) = (\sigma_{xg} - \sigma_{xd}) \frac{I_a}{f} = \frac{EI_a}{(1-v^2)f} [(\varepsilon_{xg} - \varepsilon_{xd}) + v(\varepsilon_{yg} - \varepsilon_{yd})]. \quad (15)$$

Na Rys. 6 podano dwie grupy wyników obliczeń momentów zginających w kluczu powłoki w funkcji grubości zasypki  $z_g$ . Pierwszy rodzaj wykresów  $M_{uw}(z_g)$ , występujący w obydwu grupach, uzyskano ze wzoru (4) oraz wykresów  $\rho_{uw}(z_g)$  podanych na Rys. 4. W tym przypadku wykorzystano obliczenia z trzech górnych poziomów pomiarowych 5, 4, 3 (Rys. 2 oraz dane z Tabl. 1). Wykresy uzyskane w ten sposób porównano z wynikami obliczeń momentów zginających na podstawie pomiarów tensometrycznych  $M_e(z_g)$ .



where:  $\varepsilon_x$  is the strain in the circumferential direction (the same as  $\sigma_x$ ),  $\varepsilon_y$  – strain in the perpendicular direction and  $v = 0.3$  – Poisson's ratio.

The measured strains and stresses in the corrugation crest  $\sigma_{xd}$  and valley  $\sigma_{xg}$  calculated with the equation (12) are used to measure the bending moment in the shell ring with the following equation:

$$I_a/f = (\varepsilon_{xg} - \varepsilon_{xd}) \frac{EI_a}{f}. \quad (14)$$

Equation (14) includes only deflections  $\varepsilon_x$  in the circumferential direction of the shell ring, as measured with strain gauges. The positive sign of bending moment was assigned to the moment causing stresses and tensile strains in the centre line of the crest and opposite strains, as well as stresses in the centre line of the corrugation valley.

Substituting the stresses  $\sigma_{xg}$  and  $\sigma_{xd}$  calculated with equation (13) into equation (14) yields the following equation, giving different values of moments than calculated with equation (12):

$$M_e(x, y) = (\sigma_{xg} - \sigma_{xd}) \frac{I_a}{f} = \frac{EI_a}{(1-v^2)f} [(\varepsilon_{xg} - \varepsilon_{xd}) + v(\varepsilon_{yg} - \varepsilon_{yd})]. \quad (15)$$

Fig. 6 presents two groups of calculated bending moments in the shell crown as a function of backfill height  $z_g$ . The first type of  $M_{uw}(z_g)$  curves found in both groups was obtained from equation (4) and the curves  $\rho_{uw}(z_g)$ , presented in Fig. 4. In this case the calculations from the three upper levels No. 5, 4 and 3 are used (Fig. 2 and the data from Table 1). The curves obtained in this way were then compared with the bending moments calculated on the basis of the measured strains  $M_e(z_g)$ :

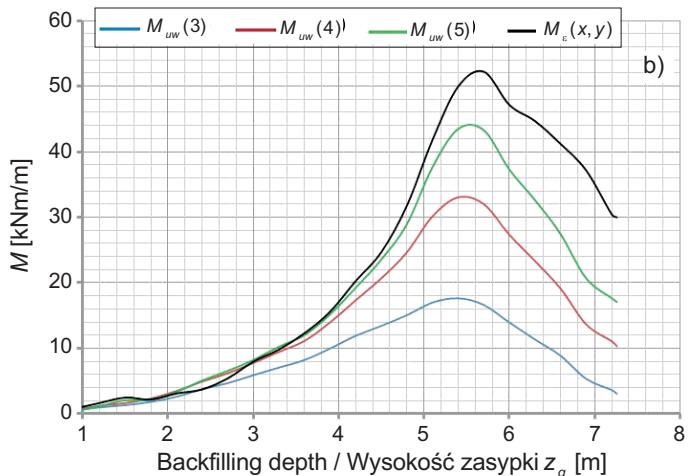
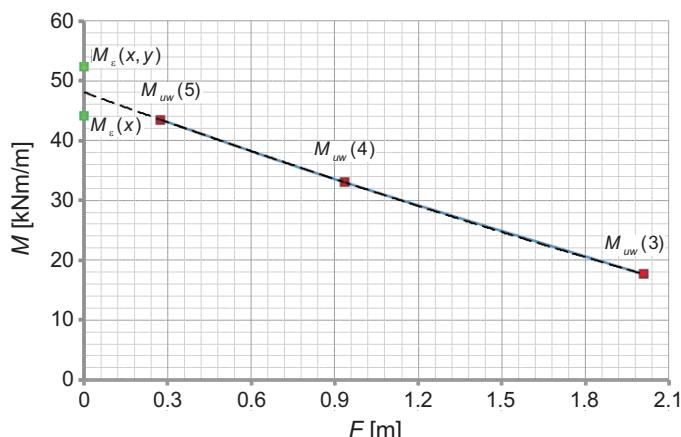


Fig. 6. Comparison of bending moments: a)  $M_{uw}$  vs.  $M_e(x)$ , b)  $M_{uw}$  vs.  $M_e(x, y)$   
Rys. 6. Porównanie momentów zginających: a)  $M_{uw}$  i  $M_e(x)$ , b)  $M_{uw}$  i  $M_e(x, y)$

Na Rys. 6a wyniki określone na podstawie deformacji pasma obwodowego powłoki  $M_{uw}$  uzupełniono wykresem oznaczonym  $M_\varepsilon(x)$ , dla którego wartości momentu wyznaczono wykorzystując zależności (12) i (14). Otrzymano w ten sposób niemal idealną zgodność wykresów pochodzących z zupełnie innych wyników pomiarowych – przemieszczeń (w przypadku poziomu pomiarowego nr 5) i odkształceń. Na Rys. 6b podano wykres oznaczony  $M_\varepsilon(x,y)$ , dla którego wartości momentu wyznaczono wykorzystując zależności (13) i (15). Znaczna różnica wartości maksymalnej  $M_{uw}(5)$  w odniesieniu do  $M_\varepsilon(x,y)$  wynika z przyjęcia odmiennych modeli pasma obwodowego powłoki.

Zgodnie z zasadami wytrzymałości materiałów w prętowym modelu pasma obwodowego z wartości momentu zginającego  $M$  naprężenia normalne od zginania powinny być określane na podstawie wzoru (11). W tym przypadku zależność naprężeń i odkształceń podana jest równaniem (12). Prawidłowym ujęciem zależności naprężeń od odkształceń w powłoce z blachy falistej jest równanie (13). Wobec tego maksymalny moment zginający, obliczony w kluczu pasma obwodowego jak dla pręta, powinien wynosić  $M_{uw}(\rho_{uw}) = M_\varepsilon(x,y) = 52,232 \text{ kNm/m}$  (Rys. 6b). Do uzyskania takiej wartości zaproponowano w [1, 2] metodykę aproksymacyjną zilustrowaną na Rys. 7. Maksymalne wartości  $M_{uw}(\rho_{uw})$  uzyskane przy przyjętych poziomach pomiarowych  $F$ , jak na Rys. 2 oraz Tabl. 1, są połączone z maksymalną wartością  $M_\varepsilon(x,y)$ , gdy  $F = 0$ , co odpowiada przyjęciu przez parametr  $\rho_{uw}$  w kluczu powłoki wartości maksymalnej  $\rho_k$ . W celu uzyskania wartości  $M_{uw}(\rho_k)$  konieczna jest ekstrapolacja wykresu z Rys. 7 dla wartości  $M_{uw}$  w punktach pośrednich, gdy  $F \rightarrow 0$ . Otrzymana w ten sposób wartość momentu zginającego  $M_{uw}(\rho_k)$  jest bliska wartości momentu  $M_\varepsilon(x,y)$ , wyznaczonego w kluczu powłoki na podstawie pomiarów odkształcenia jednostkowego.



In Fig. 6a the results determined on the basis of  $M_{uw}$  ring deformation were supplemented with the curves designated  $M_\varepsilon(x)$ , where the bending moment was calculated from the equations (12) and (14). Note an almost perfect match between curves obtained with completely different sets of input data: measured displacements (for the measurement level No. 5) and strains. Fig. 6b presents the curves designated  $M_\varepsilon(x,y)$  for which the bending moments were calculated from the equations (13) and (15). A considerable difference of the maximum value of  $M_{uw}(5)$  in relation to  $M_\varepsilon(x,y)$  results from adopting different ring models.

Following the material strength criteria in the bar element model of the shell ring the normal bending stresses determined on the basis of the bending moment  $M$  should be calculated with equation (11). In such case the stress-strain relationship is expressed by the equation (12). Equation (13) provides a correct description of the stress-strain relationship for corrugated plate shells. As such, the maximum bending moment, calculated in the ring crown as for a bar element, should be  $M_{uw}(\rho_{uw}) = M_\varepsilon(x,y) = 52.232 \text{ kNm/m}$ , like in Fig. 6b. In order to obtain this value a method of approximation was proposed in [1, 2], as illustrated in Fig. 7. The maximum values of  $M_{uw}(\rho_{uw})$ , obtained at the adopted measurement levels  $F$  as in Fig. 2 and in Table 1, are linked to the maximum value of  $M_\varepsilon(x,y)$ , when  $F = 0$ , which corresponds to the maximum value of  $\rho_k$  adopted by parameter  $\rho_{uw}$  in the crown. The value of  $M_{uw}(\rho_k)$  is obtained by extrapolating the curve in Fig. 7 for the value of  $M_{uw}$  at the intermediate points, when  $F \rightarrow 0$ . The value of bending moment  $M_{uw}(\rho_k)$  obtained in this way is close to the bending moment  $M_\varepsilon(x,y)$ , obtained at the shell crown from experimentally determined unit strains.

Fig. 7. Extrapolation of the relationship of the maximum value of  $M_{uw}$  as a function of  $F$  parameter  
Rys. 7. Ekstrapolacja zależności: maksymalna wartość  $M_{uw}$  w funkcji parametru  $F$

## 5. SUMMARY AND CONCLUSIONS

The deformation of the corrugated plate shell during backfilling comprises of upwards deflection at the crown and inward deflection at the shoulder level. In the case of arch shells the deflections during backfilling are

## 5. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Podczas układania zasypki powłoka ulega wypiętrzeniu w kluczu oraz zwężeniu w pachwinie. Z reguły deformacje powłok o kształcie łukowym, w fazie realizacji zasypki, są większe niż podczas eksploatacji mostu [3]. Wykorzystanie obliczeń numerycznych (np. metody MES) do szacowania wyżęcenia konstrukcji z blach falistych w fazie układania zasypki jest bardzo utrudnione [2, 8, 9], a wyniki nie są obecnie zadawaające [9]. Wynika to głównie z technologii układania zasypki. Skuteczniejsze wydaje się określanie przemieszczeń powłok i szacowania na tej podstawie sił wewnętrznych z wykorzystaniem pomiarów na obiekcie [1, 3, 10].

W pracy zweryfikowano zaproponowany algorytm szacowania momentów zginających w kluczu powłoki w oparciu o zmianę krzywizny powłoki wyznaczaną na podstawie pomiarów jej wypiętrzenia i zwężenia [1]. Z uwagi na znaczne wartości przemieszczeń podczas zasypki pomiary mogą być realizowane z użyciem technik geodezyjnych. Umożliwia to śledzenie przyrostu momentu wraz z postępem prac na obiekcie. Przedstawione rozważania oraz wyniki obliczeń nasuwają następujące wnioski:

1. Poprawność szacowania momentów gnących w metalowych powłokach obiektów gruntowo-powłokowych w oparciu o pomiary ich deformacji (zmian promienia krzywizny) została potwierdzona w niezależny sposób, na podstawie pomiarów odkształceń powłoki za pomocą czujników tensometrycznych.
2. Przedstawione na Rys. 6 podobieństwo przebiegu wykresów  $M_{uw}$  oraz  $M_e(x)$  i  $M_e(x,y)$  w funkcji wysokości zasypki  $z_g$  wskazuje na merytoryczną poprawność wyznaczania wartości momentu gnącego w kluczu powłoki na podstawie zmian jej promienia krzywizny. Większą zgodność wartości momentów zginających (wyznaczanych obiema metodami) uzyskuje się, gdy poziom pomiarowy przemieszczeń  $u$  i  $w$  jest zbliżony do klucza powłoki.
3. Zaobserwowana zbieżność wykresów  $M_{uw}(5)$  i  $M_e(x)$  (Rys. 6) wynika z przyjęcia tego samego modelu w przypadku pasma obwodowego powłoki (modelu prętowego). Większa różnica pomiędzy wykresami  $M_{uw}(5)$  i  $M_e(x,y)$  jest skutkiem przyjęcia odmiennego modelu powłoki. W tym przypadku maksymalna wartość momentu gnącego  $M_{uw}(5)$  jest około 20% mniejsza od odpowiadającej jej wartości momentu  $M_e(x,y)$ . Lepszą zgodność wartości momentów zginających wyznaczonych obiema metodami można uzyskać z uwzględnieniem zmiany promienia krzywizny w kluczu,

generally greater than during the service life of the structure [3]. Estimating the stress-strain behaviour of corrugated plate structures at the time of backfilling with the use of numerical modelling methods (such as finite-element method) is very complicated [2, 8, 9], and the results obtained with them are not as yet satisfactory [9]. The main factor responsible for that are the backfilling methods used in the case of such structures. Therefore, it seems more efficient to determine the deflections and use them to estimate the internal forces, using for this purpose the field measurements [1, 3, 10].

This paper verifies the proposed algorithm for estimating the bending moments at the crown on the basis of the deformation of curvature determined by measuring the upward and inward movements [1]. With large deflections occurring during backfilling such measurements can be conducted with the use of surveying instruments. This enables monitoring the increase in the bending moment value as the work proceeds. The above analyses and the calculation results allow for the conclusion that:

1. Accuracy of the method for estimating the bending moments in metal shells of buried structures on the basis of measurement of their deformation (changes of the curvature radius) was confirmed by independent verification based on the shell deflections measured with strain gauges.
2. The curves  $M_{uw}$  and  $M_e(x)$ , and  $M_e(x,y)$  as a function of backfill height  $z_g$  follow a similar path, which indicates appropriateness of determining the bending moments in the crown on the basis of the changes of the curvature radius of the shell. The bending moments are more consistent between the two methods when the upward and inward deflections ( $u$  and  $w$ ) are measured at the height close to the crown elevation.
3. The observed similarity between the curves  $M_{uw}(5)$  and  $M_e(x)$  (Fig. 6) results from adopting the same type of model in case of the shell ring, namely bar element model. Selecting different models results in a greater difference between the  $M_{uw}(5)$  and  $M_e(x,y)$  curves. In the case of different models the maximum bending moment  $M_{uw}(5)$  is by ca. 20% smaller than the corresponding bending moment  $M_e(x,y)$ . A better consistency between the bending moments determined with the two methods can be obtained by considering the change of curvature radius at the arch crown when  $F \rightarrow 0$ . For this purpose the extrapolation method presented in Fig. 7 is used. Then the value of bending moment  $M_{uw}(\rho_k)$  is by about 8% greater than the value of  $M_e(x)$  and by about 9% smaller than the value of  $M_e(x,y)$ .

- gdy  $F \rightarrow 0$ . Do tego celu wykorzystuje się metodę ekstrapolacji podaną na Rys. 7. Wtedy wartość momentu  $M_{uv}(\rho_k)$  jest większa ~ o 8% od wartości momentu  $M_\varepsilon(x)$  i mniejsza ~ o 9% od wartości momentu  $M_\varepsilon(x,y)$ .
4. W weryfikowanej metodzie siły wewnętrzne określa się na podstawie rzeczywistych przemieszczeń powłoki, a więc uwzględnia się również technologię układania zasypki.
  5. Metoda wyznaczania sił wewnętrznych na podstawie pomiarów odkształceń jednostkowych powłoki, pomimo szeregu zalet w stosunku do metody omawianej w artykule, wymaga jednak stosowania specjalnych czujników pomiarowych i aparatury, ponadto jest trudniejsza w realizacji. W związku z powyższym powinna być ona stosowana tylko w uzasadnionych przypadkach, np. w celach badawczo-naukowych.

## BIBLIOGRAFIA / REFERENCES

- [1] Machelski C.: Budowa konstrukcji gruntowo-powłokowych. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, Wrocław, 2013
- [2] Machelski C., Mońska M.: Deformacja powłoki obiektu gruntowo-powłokowego jako efekt obciążenia stałego. Mosty, 5, 2014, 40-43
- [3] Machelski C., Michalski J.B., Janusz L.: Deformation Factors of Buried Corrugated Structures. Journal of the Transportation Research Board, 2116, 2009, 70-75
- [4] Machelski C., Janusz L.: Estimation of bending moments acting in the crown of a soil-steel bridge structure during backfilling. Eurosteel 2011, 6<sup>th</sup> European Conference on Steel and Composite Structures, Budapest, 2011, 1365-1370
- [5] Pettersson L.: Full scale tests and structural evaluation of soil steel flexible culverts with low height of cover. Doctoral Thesis. KTH, Stockholm, Sweden, 2007
- [6] Korusiewicz L., Chruścielski G., Jasiński R.: Practical aspects of strains, stresses and internal forces estimation during field and laboratory tests of corrugated culverts. Archives of Institute of Civil Engineering, **12**, 2012, 117-131
- [7] Kunecki B., Korusiewicz L.: Field tests of large-span metal arch culvert during backfilling. Roads and Bridges - Drogi i Mosty, **12**, 3, 2013, 283-295
- [8] Seed R.B., Ou C.Y.: Measurement and analysis of compaction effects on a long span culvert. Transportation Research Record, 1087, 1987, 37-45
- [9] Taleb B., Moore J.D.: Metal culvert response to earth loading performance of two-dimensional analysis. 78<sup>th</sup> Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington D.C., 1999
- [10] Machelski C.: Estimation of internal forces in the shell of soil-steel structures on the basis of its displacements during backfilling. Studia Geotechnica et Mechanica, **31**, 1, 2009, 19-38